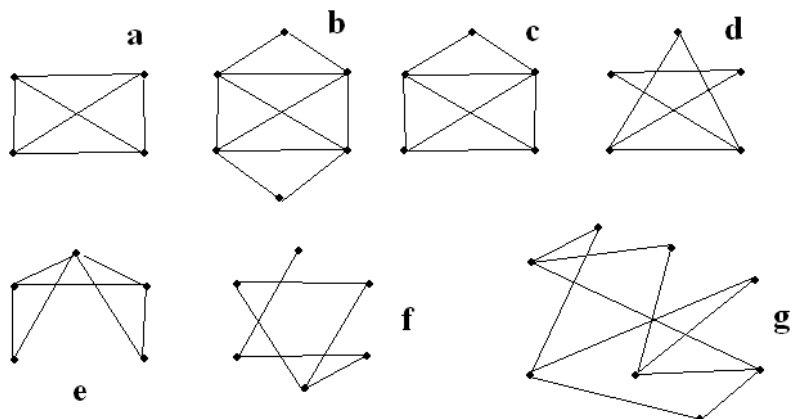


Gyakorló feladatok gráfokra

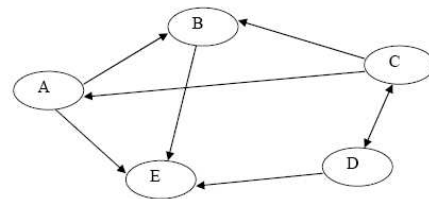
- 1) Egy hattagú társaságban megkérdezzük embereket, hogy kinek hány ismerőse van a társaság tagjai között. Válaszul háromszor 1-et, kétszer 2-t és egyszer 5-öt kaptunk (az ismeretségek mindig kölcsönösek). Szemléltessük a társaságon belüli ismeretségi viszonyokat gráffal!
- 2) Egy kistérség 5 faluja között létrehozható-e olyan úthálózat, amely 4 utat tartalmaz, továbbá bármely faluból bármely másik faluba el lehet jutni? Ha a válasz igen, akkor adj meg ábrák segítségével 3 különböző változatot! (A falvakat számozással különböztess meg!)
- 3) Egy 5 fős társaságban 8 kézfogás történt. Adj meg egy olyan gráfot, amely ezt szemlélteti! (A gráf csúcsai legyenek a társaság tagjai, élei pedig a kézfogásoknak feleljenek meg.)
- 4) Józsefnek 3 gyermeke volt: Andor, Mátyás és Dávid. Mátyásnak 3 fia született, Dávidnak 1, Andornak egy sem. Szemléltesse gráffal az apa-fiú kapcsolatokat! Hány csúcsa és hány éle van ennek a gráfnak?
- 5) Ábrázoljuk gráfokkal az alábbiakat!
 - a) Egy Bergengóc falucskában a Főtérről a Tóhoz, a Parkba és a Kilátóhoz vezet út. Ezen kívül még a Tó és a Park között tapostak ki járást a helyiek.
 - b) Egy tengerészeti hadgyakorlaton négy hajó (H1, H2, H3, H4) vett részt és rendre piros, zöld, kék és sárga festékpatronnal lőtték egymást. A gyakorlat végén H1 oldalán zöld és kék, H2 oldalán kék, H4 oldalán piros foltok díszeltek, azonban H3 tiszta volt.
 - c) Négy ember találkozásán a következő kézfogások történtek. Egyvalaki mindenkivel lekezelt, két másik illető pedig egymással.
- 6) Ábrázoljuk gráfokkal az alábbiakat!
 - a) Egy Bergengóc falucskában a Főteret, Tavat, Parkot és Kilátót körbesétálhatjuk. Azonkívül még a Főtér és a Park, valamint a Tó és a Kilátó között vezet út.
 - b) Egy tengerészeti hadgyakorlaton négy hajó (H1, H2, H3, H4) vett részt. A gyakorlat közben H1 H2-vel és H3-mal, valamint H2 H4-gyel tartotta rádióan a kapcsolatot.
 - c) Négy ember találkozásán egyvalaki mindenkit ismert, a többiek egymásnak idegenek voltak.

- 7) Az alábbi gráfok közül melyek rajzolhatóak meg a ceruzánk felemelése nélkül úgy, hogy minden élt csak egyszer érintünk? Ha igen számozd meg a csúcsokat, és adj meg egy lehetséges körbejárást! Amelyiknél nem lehetséges, ott add meg a csúcsok fokszámát!



- 8) Rajzolj olyan ötpontú gráfot, melyben minden pont fokszáma különböző!
- 9) Egy hattagú társaságban mindenki a társaságnak pontosan három tagjával fogott kezét. Hány kézfogásra került sor? Ábrázold gráffal!

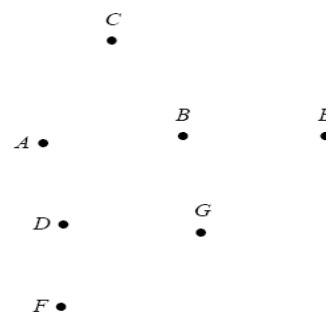
- 10) Egy iskolai bajnokságban 5 csapat körmérkőzést játszik. (Mindenki mindenkivel egyszer játszik.) Az ábra az eddig lejátszott mérkőzéseket mutatja. A nyíl mindig a győztes felé mutat. Döntetlen esetén az összekötő vonal mindkét végén nyíl van. A csapat győzelem esetén 2 pontot, döntetlen esetén 1 pontot kap, vereség esetén pedig nem kap pontot.



- a) Kinek hány pontja van ebben a pillanatban?
- b) Hány mérkőzés van még hátra?
- 11) Egy öttagú társaságban a házigazda mindenkit ismer, minden egyes vendége pedig pontosan két embert ismer. (Az ismeretségek kölcsönösek.) Szemléltesse rajzzal az ismeretségeket!
- 12) Egy hattagú társaságban mindenki a társaságnak pontosan három tagjával fogott kezét. Hány kézfogásra került sor?
- 13) Bergengóciában a Határtalan Travel 100 légi járatot üzemeltet a 31 régióközpont között. Egy másik utazási iroda szeretne betörni a piacra. Hányféle útvonalon indíthatja első járatát? (A szerződés szerint ha két központ között már van járat, akkor újabbat nem indítanak.)
- 14) Minden évben karácsony előtt 24 órás teremfoci tornát rendeznek a Kandóban. A tornán – tételezzük fel – minden csapat minden másik csapattal egy meccset játszik. Igaz-e, hogy a torna bármely pillanatában van legalább két olyan csapat, akik ugyanannyi meccset játszottak?

- 15) Szemléltesse gráffal azt a vasúthálózatot, amelyben szereplő hét településről a következőket tudjuk:

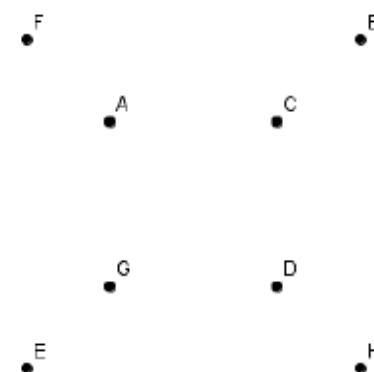
Az A várost B, C és D városokkal vasútvonal köti össze, a B városból C és E városokba, valamint a D városból az F és a G településekhez közvetlen vasútvonal megy. Mennyi a fokszámok összege ebben a gráfban?



- 16) Egy álláshirdetésre négyen jelentkeznek: Aladár, Béla, Cecil és Dénes. Az adott időben megjelennek a vállalatnál, s akkor kiderül, hogy közülük hárman, Aladár, Béla és Cecil osztálytársak voltak. Dénes csak Aladárt ismeri, ők régebben egy kosárlabdacsapatban játszottak. Szemléltesse az ismeretségeket gráffal! (Az ismeretségek kölcsönösek.)

- 17) Az osztályban nyolc tanuló (András, Balázs, Cili, Dani, Eszter, Feri, Gabi és Hedvig) jó barátságban van egymással. A nyári szünet első napján András kitalálta, hogy másnap együtt elutazhatnak a nyaralójukba, és ott tölthetnének néhány napot. Ezért felhívta telefonon Cilit és Ferit, és megkérte őket, hogy a többieket sürgősen értesítsék telefonon az utazás tervéről. (Egy hívás alkalmával mindig csak ketten beszélgetnek egymással.)


- a) Legalább hány telefonbeszélgetésnek kellett megtörténnie (beleértve András beszélgetéseit is), hogy mindenki tudjon a tervezett nyaralásról?



- b) A létrejött telefonbeszélgetések során végül mindenki értesült András tervéről. Ezekről a telefonbeszélgetésekről a következőket tudjuk:

- András csak Cilit és Ferit hívta fel;
- Feri senki mással nem beszélt telefonon, Cili pedig csak Andrással és Danival beszélt;
- Dani összesen két barátjával beszélt, Eszter pedig hárommal;
- Balázssal csak Hedvig beszélt, mivel Hedvig tudta, hogy másnak már nem kell szólnia;
- András egyedül csak Gabi hívta fel, hogy megkérdezze a nyaraló pontos címét.

Ábrázolja a telefonbeszélgetéseket egy olyan gráfban, amelyben a pontok az embereket jelölik, és két pontot pontosan akkor köt össze él, ha az illetők beszéltek egymással telefonon (függetlenül attól, hogy ki kezdeményezte a hívást)! Használja a mellékelt ábrát!

- c) Másnap mindannyian ugyanazzal a vonattal utaztak. A zsúfolt vonaton három szomszédos fülkében rendre 3, 3, 2 szabad helyet találtak. Igaz-e, hogy több mint 500 – féleképpen helyezkedhettek el a három fülkében, ha a fülkéken belül az ülőhelyeket nem különböztetjük meg?
- 18) K és Z ügynök a MIB-tól (Minden Idegen Barátunk!) egy verőfényes nyári napon kihallgatott hét idegent: A, B, C, D, E, F, G-t, mert gyanúsán viselkedtek. Az idegenek a kihallgatás során a következőket vallották:
A: Ismerem a többi hatot.
B: A többi hatból egyet nem ismerek.
C: Ismerek közülük négyet.
D: Csak hármat ismerek közülük.
E és F: Kettőt ismerek közülük.
G: Csak egyiküket ismerem.
Feltételezve, hogy magát senki sem sorolja saját ismerősei közé és az ismeretség kölcsönös, vajon igazat mondtak az ügynököknek az idegenek?
- 19) Egy interneten található honlapot nézegetünk a böngészőben. A honlaptérkép szerint a lap A,B,C,DE,F oldalai között a következő linkek mutatnak egyik oldalról a másikra: $A \rightarrow B,D,E$; $B \rightarrow A,F$; $C \rightarrow B,E$; $D \rightarrow E$; $E \rightarrow C,F$; $F \rightarrow E$. Éppen az F oldalt nézegetjük. Hány kattintással érhetjük el innen A-t?
- 20) Öt fiú, András, Balázs, Csanád, Dénes és Elemér kollégistaként kezdi el a 9. osztályt, és ugyanabba az ötágyas szobába kerülnek. András ismerte mind a négy társát, a többiek viszont mindannyian három embert ismertek a négy szobatárs közül. Dénes nem ismerte Elemért. Rajzoljon egy gráfot, amely az öt diák egymás közötti korábbi ismeretségét szemlélteti!
- 21) Rajzoljon le egy 4 pontú egyszerű gráfot, amelyben a pontok fokszáma rendre 3, 2, 2, 1!
- 22) Az ábrán látható térképvázlat öt falu elhelyezkedését mutatja. Az öt falu között négy olyan út megépítésére van lehetőség, amelyek mindegyike pontosan két falut köt össze. Ezekből két út már elkészült. Rajzolja be a további két út egy lehetséges elhelyezkedését úgy, hogy bármelyik faluból bármelyik faluba eljuthassunk a megépült négy úton!
- 
- 23) Egy sakkverseny döntőjébe 5 versenyző jutott be. Közülük 1 versenyző mindegyik társát ismeri, a többiek pedig egyenként 2-2 személyt ismernek a döntő résztvevői közül. Szemléltesse rajzzal (gráf alkalmazásával) az ismeretségeket, ha az ismeretségek kölcsönösek!
- 24) Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 4; 3; 3; 2; 2.
- 25) A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andrásen kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.
- Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket!
 - Hány mérkőzés van még hátra?
 - Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez?