Koordinátáival adott vektorok skaláris szorzatának kiszámítása

I.) Két vektor skaláris szorzata egyenlő a megfelelő koordinátáik szorzatának összegével.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

példa: $\mathbf{a}(2; -5)$ $\mathbf{b}(3; -1)$ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 \cdot 3 + (-5) \cdot (-1) = 6 + 5 = 11$

II.) Két vektor skaláris szorzata egyenlő a hosszuk és a közbezárt szög koszinuszának szorzatával.

$$|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos\gamma$$

(A $|\mathbf{a}|$ jelöli az $\mathbf{a}$ vektor hosszát.)

Mivel a fenti két különböző módszer ugyanazt az eredményt kell, hogy adja, ezért igaz a következő összefüggés:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos\gamma$$

feladat:

Mekkora szöget zár be a fenti példában szereplő két vektor?
(Ezt másféle megfogalmazásban úgy is kérdezhetjük, hogy mekkora az említett két vektor hajlásszöge?)

Az $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos\gamma$ egyenlet bal oldalát már a I. részben kiszámoltuk.

Az egyenlet jobb oldalán: $|\mathbf{a}| = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$

$|\mathbf{b}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

Behelyettesítve az egyenletbe az ismert dolgokat kapjuk, hogy: $11 = \sqrt{29} \cdot \sqrt{10} \cdot \cos\gamma$

Ebben már csak a $\cos\gamma$ az ismeretlen. Egyenletrendezés után kapjuk, hogy $\cos\gamma \approx 0{,}6459$

Számológéppel visszakeresve a szöget kapjuk, hogy $\underline{\underline{\gamma \approx 49{,}76°}}$