

1. feladat: Gyakorold a hatványozás és gyökvonás azonosságait! (ismétlés)

$$a1) \frac{(a^2)^2 \cdot a^{-3}}{(a^{-2})^4 \cdot a^5}$$

$$a2) \frac{(a^{-2})^7 \cdot (a^3)^{-1} \cdot (a^{-3})^{-2}}{a^5 \cdot (a^3)^5 \cdot a^{-1}}$$

$$b1) \left(\frac{a^{-1}}{b^{-4}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{b^{-1}}{a^3}\right)^{-3} : \left(\frac{a^{-1}}{b^{-3}}\right)^{-2}$$

$$b2) \left(\frac{a^{-4}}{b^{-3}}\right)^{-1} : \left(\frac{b^{-3}}{a^{-3}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a^{-4}}{b^{-2}}\right)^{-1}$$

$$c1) \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^5}}{\sqrt{a^6}}$$

$$c2) \frac{\sqrt[4]{a^7} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}} \cdot \sqrt[4]{a^{-2}}}{\sqrt[4]{a^{-3}} \cdot \sqrt[4]{a^5} \cdot \sqrt[4]{a}}$$

$$d1) \frac{2^{-3} \cdot 4^3 \cdot 8}{(2^{-1})^{-4}}$$

$$d2) \frac{15^{-4} \cdot 10^{-5} \cdot 5^3}{30^{-6} \cdot 2^3 \cdot 3}$$

$$e1) \sqrt{2^3 \sqrt[3]{8} \sqrt[5]{2^3}}$$

$$e2) \sqrt{6^5 \sqrt[3]{3} \sqrt[4]{2^3}}$$

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

$$a^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a^n}}$$

2. feladat: Számológéppel ellenőrizd az eredményeidet!

a)  $32^{\frac{1}{5}}$ ;  $16^{-\frac{3}{4}}$ ;  $4^{0,5}$ ;  $81^{-0,75}$ ;  $8^{\frac{1}{3}}$ ;  $4^{\frac{5}{2}}$ ;  $25^{-\frac{1}{2}}$ ;  $27^{-\frac{2}{3}}$ ;

b)  $9^{0,5}$ ;  $16^{-0,25}$ ;  $81^{0,75}$ ;  $36^{1,5}$ ;  $1^{-\frac{3}{4}}$ ;  $8^{\frac{2}{3}}$ ;  $9^{\frac{3}{2}}$ ;  $27^{-\frac{4}{3}}$ ;

c)  $27^{\frac{1}{3}}$ ;  $100^{\frac{1}{2}}$ ;  $25^{\frac{3}{2}}$ ;  $64^{\frac{5}{6}}$ ;  $0,25^{-1,5}$ ;  $0,125^{-\frac{5}{3}}$ ;  $0,04^{-2,5}$ ;  $\left(\frac{4}{49}\right)^{-\frac{5}{2}}$ ;

3. feladat: Írd fel gyökjelekkel a következő hatványokat!

a)  $5^{\frac{1}{5}}$ ;  $7^{-\frac{4}{10}}$ ;  $\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{4}}$ ;  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ;  $3^{\frac{1}{5}}$ ;  $2^{\frac{3}{4}}$ ;  $4^{-\frac{5}{3}}$ ;  $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$ ;  $13^{-\frac{2}{3}}$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{7}}$ ;  $\left(-\frac{3}{7}\right)^{\frac{7}{2}}$ ;  $2^{\frac{1}{3}}$ ;  $5^{\frac{3}{4}}$ ;  $4^{\frac{2}{5}}$ ;  $6^{\frac{1}{6}}$ ;  $10^{\frac{1}{10}}$ ;  $3^{\frac{1}{7}}$

c)  $7^{\frac{3}{5}}$ ;  $0,5^{0,5}$ ;  $2^{\frac{1}{3}}$ ;  $5^{\frac{3}{4}}$ ;  $4^{\frac{2}{5}}$ ;  $6^{\frac{1}{6}}$ ;  $10^{\frac{1}{10}}$ ;  $3^{\frac{1}{7}}$

d)  $7^{\frac{3}{5}}$ ;  $0,5^{0,5}$ ;  $54^{-\frac{3}{2}}$ ;  $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$ ;  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ ;  $2,5^{-\frac{2}{3}}$ ;  $6^{-\frac{1}{3}}$ ;  $10^{-0,5}$ ;  $8^{-\frac{1}{2}}$

e)  $a^{\frac{1}{3}}$ ;  $b^{\frac{2}{5}}$ ;  $a^{1,2}$ ;  $a^{-\frac{3}{5}}$ ;  $a^{-1,5}$ ;  $3x^{\frac{1}{2}}$ ;  $(3x)^{\frac{1}{2}}$ ;  $\frac{1}{5}a^{\frac{1}{5}}$ ;  $(9x)^{\frac{1}{2}}$ ;  $(8y)^{-\frac{2}{3}}$

4. feladat: Írd fel hatványalakban a következő gyökös kifejezéseket!

a)  $\sqrt[3]{2}$ ;  $\sqrt[5]{2^3}$ ;  $\sqrt[5]{4}$ ;  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ;  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$ ;  $\sqrt[7]{\frac{1}{2^3}}$ ;  $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2^3}$

b)  $\sqrt[3]{x^2}$ ;  $\frac{1}{\sqrt[3]{a^5}}$ ;  $\sqrt[4]{a^3}$ ;  $\sqrt{2a^3}$ ;  $\sqrt{a^3}$ ;  $\frac{1}{\sqrt[5]{x^7}}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ;

c)  $3\sqrt[5]{a^2}$ ;  $\sqrt[3]{a^2b}$ ;  $\sqrt[5]{p^7}$ ;  $\sqrt[4]{rs^3}$ ;  $\sqrt{a\sqrt{a}}$ ;  $\sqrt[3]{b^2\sqrt{b^3}}$ ;

d)  $\sqrt[4]{x^3\sqrt{x^3}}$ ;  $\sqrt[5]{y^6\sqrt[3]{y^2}}$ ;  $\sqrt{2 \cdot \sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{4}}$

Exponenciális egyenletek

Oldd meg az alábbi exponenciális egyenleteket a valós számok halmazán! (I.)

1. a)  $3^x = 27$

b)  $2^x = 8$

2. a)  $3^{3x} = 27$

b)  $2^{3x} = 8$

3. a)  $3^{5x-3} = 81$

b)  $2^{5x-3} = 16$

4. a)  $3^{4x-5} = 729$

b)  $2^{4x-5} = 64$

5. a)  $3^{|x|} = 27$

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2} = 81$

6. a)  $3^{|3x-4|} = 9^{2x-2}$

b)  $2^{-4x} = \frac{1}{4}$

7. a)  $4^x = \frac{1}{4}$

b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-4} = 1$

8. a)  $10^x = 0,01$

b)  $10^x = 0,01 \cdot 10^{3x+3}$

9. a)  $4^x = 32$

b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2x} = \frac{27}{8}$

10. a)  $\left(\frac{1}{0,125}\right)^{2x} = 128$

b)  $(0,125)^{3-4x} = \frac{1}{32}$

11. a)  $7^x = 0$

b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$

12. a)  $5^x = 3^x$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$

13. a)  $2^{-4x} = \frac{1}{4^{5x-1}}$

b)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{3-2x} = \frac{125}{8}$

14. a)  $3^{2-3x} = 81^{4x+1}$

b)  $\left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$

15. a)  $2^{x^2-7x+12} = 1$

b)  $\left(\frac{1}{64}\right)^{\sqrt{x+2}} = 0,5$

16. a)  $5^{x^2-8x+12} = 1$

b)  $4^x = 8^{2x-1}$

17. a)  $4^{2x} = \sqrt[3]{128}$

b)  $\left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{3}{5}\right)^{9-x}$



Oldd meg az alábbi exponenciális egyenleteket a valós számok halmazán! (II.)

- 1.)  $2^{x+3} - 2^x = 112$
- 2.)  $10^x + 10^{x-1} = 0,11$
- 3.)  $2^{x+2} + 2^{x-2} = 34$
- 4.)  $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 896$
- 5.)  $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$
- 6.)  $25 \cdot 5^{x+1} + 4 \cdot 5^x + 5^{x-1} = 646$
- 7.)  $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 121$
- 8.)  $3 \cdot 4^{x+2} - 2 \cdot 4^{x+1} + 8 \cdot 4^{x-1} = 5 \cdot 4^x + 148$
- 9.)  $9 \cdot 3^{x-2} + 6 \cdot 3^{x-1} + 5 \cdot 3^x = 2 \cdot 3^{x+1} + 18$
- 10.)  $5 \cdot 2^{2x+1} - 4^{x+1} + 3 \cdot 4^x = 6 \cdot 4^{x-1} + 15$
- 11.)  $2^{x-2} + 8^{\frac{x}{3}-1} - 4^{0,5x-2} = 10$
- 12.)  $3 \cdot 8^{x+1} + 2 \cdot 64^{\frac{x}{2}+1} - 15 \cdot 2^{3x-1} = 144,5$
- 13.)  $4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x+1}$
- 14.)  $2^{2x+1} + 4^x = 48$
- 15.)  $3^{2x-2} + 9^x = 90$
- 16.)  $4^{x+1} + 2^{2x+2} - 12 = 0$
- 17.)  $3^x - 3^{x-2} = 24$
- 18.)  $2^x + 2^{x-3} = 18$
- 19.)  $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$
- 20.)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$
- 21.)  $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$

Oldd meg az alábbi exponenciális egyenleteket a valós számok halmazán! (III.)

1. a)  $4^x + 2^{x+1} = 8$

b)  $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$

2. a)  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$

b)  $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$

3. a)  $3^{x+1} + \frac{18}{3^x} = 29$

b)  $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$

4. a)  $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$

b)  $3^{2x+2} - 12 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$

5. a)  $5^x + \frac{125}{5^x} = 30$

b)  $4 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+1} - 25 = 0$

6. a)  $5^x + 0,2^x = 4,8$

b)  $10^x - 10^{-x} = \frac{8}{3}$

7. a)  $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$

b)  $5^{2x} + 25 = 5^{x+2} + 5^x$

8. a)  $49^x + 7 = 8 \cdot 7^x$

b)  $4^{x+1} - 2^x = 2^{x+4} - 18$

9. a)  $9^x - 6 \cdot 3^x = 27$

b)  $2^x - 0,5^x = 3,75$

10. a)  $10 \cdot 2^x - 4^x = 16$

b)  $4^{2x+1} = 65 \cdot 4^{x-1} - 1$

11. a)  $9^{x+1} - 4 \cdot 3^x - 69 = 0$

b)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$

12. a)  $9^{x+\frac{1}{2}} + 26 \cdot 3^{x-1} - 1 = 0$

b)  $3^{4-x} + 3^{x-1} = 12$

13. a)  $2^{x+1} + 1 = 3 \cdot 2^{2x}$

b)  $4^{x+\frac{1}{2}} + 31 \cdot 2^{x-1} = 4$

14.)  $9^{x-1} - 3^{x+1} + 3^{x-1} = 1$