

Feladatok a logaritmus témaköréhez – 11. osztály

- 1) Írd fel a következő egyenlőségeket hatványalakban!
- a) $\log_3 9 = 2$;
 - b) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$;
 - c) $\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$;
 - d) $\lg 10 = 1$;
 - e) $\lg \frac{1}{10} = -1$;
 - f) $\log_5 0,04 = -2$;
 - g) $\log_{27} 9 = \frac{2}{3}$;
 - h) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3} = -2$.
- 2) Írd fel a következő egyenlőségeket logaritmus segítségével!
- a) $7^2 = 49$;
 - b) $3^5 = 243$;
 - c) $2^{-3} = \frac{1}{8}$;
 - d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$;
 - e) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 64$;
 - f) $3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{9}$;
 - g) $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$;
 - h) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0,125$.
- 3) Számítsd ki a következő kifejezések értékét!
- a) $\lg 1000$;
 - b) $\lg \sqrt{100}$;
 - c) $\log_5 1$;
 - d) $\log_1 3$;
 - e) $\log_2 (-4)$;
 - f) $\log_{\frac{1}{7}} 49$;
 - g) $\log_3 0$;
 - h) $\log_{\sqrt{2}} 2$.

- 4) Oldd meg az egyenleteket!
- $\log_2 a = 4;$
 - $\lg b = -3;$
 - $\log_{\frac{1}{3}} c = 2;$
 - $\log_{\sqrt{7}} d = 4;$
 - $\log_{\frac{2}{3}} e = -1;$
 - $\log_{0,2} f = -1;$
 - $\log_3 g = \frac{2}{3};$
 - $\log_5 h = -\frac{1}{2}.$
- 5) Határozd meg a logaritmus alapját!
- $\log_a 27 = 3;$
 - $\log_b \frac{1}{4} = 2;$
 - $\log_c \sqrt{7} = -1;$
 - $\log_d 5 = \frac{1}{2};$
 - $\log_e 0,25 = 2;$
 - $\log_f 3 = 0;$
 - $\log_g 2 = \frac{2}{3};$
 - $\log_h \frac{2}{5} = \frac{1}{2}.$
- 6) Számítsd ki a következő kifejezések számértékét
- $2^{\log_2 4};$
 - $10^{\lg 8};$
 - $5^{\log_5 (-5)};$
 - $\left(\frac{4}{7}\right)^{\log_{\frac{4}{7}} 5};$
 - $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 3};$
 - $3^{2\log_3 5};$
 - $9^{\log_3 2};$
 - $7^{\log_{49} 3};$
- 7) Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!
- $\log_2 (2x - 7);$
 - $\lg (2x + 6) + \lg (5 - x);$
 - $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{5 - 3x};$
 - $\log_5 |5 - 2x|;$

- e) $\lg (x - 4)^2$;
- f) $\log_2 \frac{3}{2x - 7}$;
- g) $\log_7 (x^2 - 8x + 12)$;
- h) $\lg \frac{x^2 - 4}{1 - x}$.

8) Ábrázold és jellemezd a következő függvényeket!

- a) $f(x) = \log_3 x$;
- b) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$;
- c) $f(x) = \log_2 (x + 3)$;
- d) $f(x) = 2 \cdot \log_3 x$;
- e) $f(x) = -\log_2 (x + 1)$;
- f) $f(x) = \log_3 (2x)$;
- g) $f(x) = 2 \cdot \log_3 (x + 2) + 3$;
- h) $f(x) = \log_2 (x - 1) - 2$, ha $x \in [-1; 9]$.

9) Melyik nagyobb?

- a) $\log_3 13$ vagy $\log_3 16$;
- b) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ vagy $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$;
- c) $\log_{0,2} 4$ vagy $\log_{0,2} 5$;
- d) $\log_7 \frac{3}{4}$ vagy $\log_7 \frac{3}{5}$;
- e) $\log_{\frac{4}{11}} \frac{13}{6}$ vagy $\log_{\frac{4}{11}} \frac{19}{9}$;
- f) $\log_3 2$ vagy $\log_2 3$.

10) Oldd meg grafikusán a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

- a) $\log_3 x = 2$;
- b) $\log_2 x = -x + 3$;
- c) $\log_{\frac{1}{3}} x = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$;
- d) $\log_3 x + 1 = \sqrt{x}$
- e) $\log_4 x = x^2 + 1$;
- f) $\log_2 (x + 3) = |x - 1| - 1$;
- g) $2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} x = x - 1$;
- h) $\log_3 x = \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) + 1$.

11) Írd fel a következő kifejezések logaritmusát, a benne szereplő változók és számok logaritmusainak segítségével!

- a) $x = 5bc$;
- b) $x = a^2b$;

- c) $x = \frac{3ab}{2}$;
- d) $x = \frac{abc}{4T}$;
- e) $x = \frac{a^2 - ab}{2bc}$;
- f) $x = \frac{4r^3\pi}{3}$;
- g) $x = a\sqrt[3]{b}$;
- h) $x = \frac{\sqrt[5]{a}}{b^3}$.

12) Fejzd ki x -et a következő egyenlőségekből!

- a) $\lg x = \lg 2,4 + \lg 15$;
- b) $\lg x = \lg 1 + \lg 2 + \lg 3 + \lg 4 + \lg 5$;
- c) $\lg x = 2 \cdot \lg 12 - \lg 18$;
- d) $\lg x = -2 \cdot \lg 7 + 3 \cdot \lg 2$;
- e) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 20 - \frac{1}{2} \cdot \lg 5$;
- f) $\lg x = \frac{3}{2} \cdot \lg 9 - \lg 3 - \frac{1}{2} \cdot \lg 81$;
- g) $\lg x = \frac{2}{3} \cdot \lg 8 - \frac{1}{3} \cdot \lg 27 + 2 \cdot \lg 5$;
- h) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 12 + \lg 4 - \frac{1}{2} \cdot \lg 4 + \frac{1}{2} \cdot \lg 3$.

13) Fejzd ki x -et a következő egyenlőségekből!

- a) $\lg x = \lg a + \lg b$;
- b) $\lg x = \lg a + \lg b - \lg c$;
- c) $\lg x = \lg a - \lg b - \lg c - \lg d$;
- d) $\lg x = 2 \cdot \lg a + 3 \cdot \lg b$;
- e) $\lg x = \frac{1}{3} \cdot \lg a + \frac{1}{2} \cdot \lg b$;
- f) $\lg x = 0,5 \cdot \lg a - \frac{3}{2} \cdot \lg b$;
- g) $\lg x = \frac{2}{3} \cdot (\lg a - \lg b)$;
- h) $\lg x = \lg (a - b)$.

14) Határozd meg a következő kifejezések számértékét!

- a) $\lg 25 + \lg 4$;
- b) $\log_7 21 - \log_7 3$;
- c) $2 \cdot \log_6 2 + \log_6 27 - \log_6 3$;
- d) $3 \cdot \log_7 7 + 3 \cdot \log_3 27$;
- e) $\lg \sqrt{676} + \lg \sqrt{25} - \lg 13$;
- f) $2 \cdot \lg 2 + 6 \cdot \lg \sqrt{5} + \lg 18 - 2 \cdot \lg 3$;

- g) $\log_{\sqrt{12}} 4 + \log_{\sqrt{12}} 3 - \log_{\sqrt{12}} 9 - \log_{\sqrt{12}} 16 + 2 \cdot \log_{\sqrt{12}} 12$;
 h) $\log_3 27 \cdot \log_2 1024$.

15) Határozd meg a következő hatványok számértékét!

- a) $10^{-\lg 5}$;
 b) $3^{3+\log_3 2}$;
 c) $10^{1-\lg 5}$;
 d) $100^{1-\lg \frac{5}{2}}$;
 e) $3^{\log_3 2 + \log_3 1}$;
 f) $5^{\log_5 14 - \log_5 7}$;
 g) $0,25^{\log_2 3 - \log_2 4}$;
 h) $11^{\log_{\sqrt{11}} 2 + \log_{121} 2}$.

16) Oldd meg az alábbi egyenleteket!

- a) $\lg x = \lg 23$;
 b) $\log_3 (x + 2) = \log_3 (3x - 1)$;
 c) $\log_{\sqrt{2}} x^2 = \log_{\sqrt{2}} (10x - 24)$;
 d) $\frac{\log_2 (x + 3)}{\log_2 (2x + 3)} = 1$;
 e) $\log_{\frac{1}{3}} x^2 = 2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x$;
 f) $\frac{\lg(5 - x)}{\lg(x - 1)} = 2$;
 g) $\log_3 \sqrt{x + 1} = \log_3 (x + 3)$;
 h) $\lg |x + 1| = \lg (2x + 3)$.

17) Oldd meg az alábbi egyenleteket!

- a) $\log_{\frac{1}{2}} x = 2$;
 b) $\log_7 (x - 4) = 3$;
 c) $\log_9 |5 - 3x| = \frac{1}{2}$;
 d) $\log_2 (2x + 3) = -1$;
 e) $\log_3 (x^2 - 6x + 8) = 1$;
 f) $\log_{81} \sqrt{5 - 3x} = -\frac{1}{2}$;
 g) $\log_{x+1} (2x + 8) = 2$;
 h) $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$.

18) Oldd meg az alábbi egyenleteket!

- a) $\lg x = \lg 2 + \lg 6$;
 b) $2 - \log_3 x = \log_3 2 + \log_3 4 + \log_3 5$;
 c) $\log_7 (x - 5) + 2 = \log_7 (3 - x) - \log_7 x$;
 d) $\log_{11} (x - 1) + \log_{11} (x + 1) = \log_{11} (x - 2) + \log_{11} 8$;
 e) $\lg (x - 4) + \lg (x + 3) = \lg (5x + 4)$;

$$f) 2 \cdot \log_5 (2x + 1) = \frac{1}{2} \cdot \log_5 (x^2 + 8x + 16);$$

$$g) \lg \sqrt{5x-8} + \frac{1}{2} \cdot \lg (2x + 3) = \frac{1}{2} \cdot \lg 36;$$

$$h) \frac{\log_2 1}{\log_2 (x+3)} = \log_2 (x-7).$$

19) Oldd meg az alábbi egyenleteket!

a) $\log_2 x + \log_4 x = 3;$

b) $\log_5 (x + 1) + \log_{25} (x + 1) = 1,5;$

c) $\log_3 x - \log_{\sqrt{3}} x = 1;$

d) $\log_x 3 + \log_3 x = 2.$

20) Oldd meg az alábbi egyenlőtlenségeket!

a) $\log_7 (x + 3) > \log_7 (2x + 1);$

b) $\log_{\frac{1}{2}} (2x - 5) \geq \log_{\frac{1}{2}} (6 - x);$

c) $\log_3 (7 + x) + \log_3 (x - 3) \leq \log_3 (2x + 3);$

d) $\log_{27} (7x - 1) < \frac{1}{3};$

e) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3-x}{2x+1} < 0.$

21) Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Egy bankba 200000 forintot helyezünk el 6%-os éves kamatra. Változatlan kamat mellett legalább hány év telik el, mire 350000 forintunk lesz?

b) Egy fénymásoló beszerzési ára 140000 forint. A gép értéke 10%-kal csökken évente. A gép értéke hány év múlva éri az új árának csupán 60 %-át?