

A MÁSODFOKÚ EGYENLET

1. Oldjuk meg az egyenleteket!

a) $x^2 = 9$

b) $5x^2 = 125$

c) $42x^2 = 0$

d) $6x^2 = -24$

e) $-x^2 = -1$

f) $-x^2 = 0$

g) $x^2 - 7 = 9$

h) $3x^2 - 27 = 0$

i) $1 - 4x^2 = 0$

j) $x^2 + 25 = 0$

k) $(x - 2)^2 = 36$

l) $(5 - 3x)^2 = 25$

m) $\left(\frac{x+3}{5} - 4\right)^2 = 49$

n) $\left(1 + \frac{3}{x}\right)^2 = 16$

o) $\left(\frac{6}{1-2x} - \frac{2}{3}\right)^2 = -1$

p) $\left(7x - \frac{4}{3}\right)^2 + 6 = 31$

q) $1 + \left(1 - \frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 = 101$

r) $\frac{3x^2 - 11}{4} + \frac{74 - 2x^2}{6} = 20$

2. Oldjuk meg az egyenleteket!

a) $x^2 + x = 0$

b) $-5x^2 - 10x = 0$

c) $-7x^2 + x = 0$

d) $9x - 6x^2 = 0$

e) $10x^2 = 25x$

f) $x^2 \cdot 8 = -\frac{1}{2}x$

g) $\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$

h) $3x^2 + 6x = 8x^2 - 9x$

i) $\frac{4x - x^2 + 2}{2} = 2x^2 + 5x + 1$

3. Oldjuk meg az egyenleteket!

a) $x^2 - 2 = 0$

b) $\frac{x^2}{4} = 49$

c) $4x^2 = 11$

d) $\frac{15}{4}x^2 - 303,75 = 0$

e) $4x^2 - 0,64 = 0$

f) $100x^2 - 1000 = 0$

g) $x^2 + 1 = 0$

h) $x(x - 3) = 4x - 6x^2$

i) $5x^2 - 8x + 3(x + 2)x = 0$

4. Oldjuk meg teljes négyzetes kifejezéssé alakítással a következő egyenleteket!

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

c) $x^2 - 4x - 96 = 0$

d) $x^2 - 2x + 1 = 0$

e) $x^2 - 2x - 3 = 0$

f) $x^2 - 2x + 8 = 0$

g) $x^2 + 6x - 7 = 0$

h) $x^2 + 10x + 24 = 0$

i) $x^2 + x + 0,25 = 0$

j) $x^2 + x = 30$

k) $2x^2 + 4x + \frac{7}{4} = 0$

l) $3x^2 - 24x - 252 = 0$

A megoldóképlet

5. Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán a megoldóképlet segítségével!

a) $2x^2 - 4x - 6 = 0;$

b) $x^2 + 7x + 10 = 0;$

c) $x^2 - 6x + 8 = 0$

d) $x^2 + 9x + 20 = 0$

e) $x^2 + x - 12 = 0$

f) $x^2 - 5x + 6 = 0$

g) $5x^2 + 7x + 2 = 0$

h) $5x^2 - 26x + 24 = 0$

i) $x^2 + 8x + 16 = 0$

j) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

k) $2x^2 - 3x + 8 = 0$

l) $2x^2 + 3x - 2 = 0;$

m) $3x^2 - 8x + 4 = 0$

n) $8x^2 - 16x + 9 = 0$

o) $16x^2 + 16x + 3 = 0$

p) $27x - 3x^2 - 42 = 0$

q) $18x - 3x^2 - 24 = 0$

r) $16 + 2x^2 + 18x = 0$

s) $6x - 3x^2 + 189 = 0$

t) $-60 + 2x^2 - 2x = 0$

u) $4x^2 - 224 + 4x = 0$

v) $x^2 - 4 = 3x$

w) $6x = x^2 + 5;$

x) $2x^2 = x + 3;$

y) $0 = x^2 - 8x;$

z) $x^2 - 9 = 0;$

aa) $80 - x^2 = x^2 + 6x$

bb) $80 + x(3x + 8) = 2x(x - 5)$

6. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $(1+2x)(3-x)+x^2=9$

b) $9x^2-9x+2=(3x-1)(3x-2)$

c) $47-x(3x+4)=2(17-2x)-62$

d) $10(x-2)+19=(5x-1)(1+5x)$

e) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$

f) $(3x-4)^2-(6x-7)^2=0$

g) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}=2$

h) $\frac{x^2+6x-7}{3x^2-x-2}=5$

i) $\frac{-3x^2+x}{3x^2-4x+1}=3$

j) $\frac{x+4}{3}=\frac{2x+1}{x}$

k) $\frac{12}{x}-\frac{7x-6}{6}+5x-26=0$

l) $\frac{3x-7}{x+5}=\frac{x-3}{x+2}$

m) $x(2x+3)=-12x-6$

n) $8x(x+2)+3(x+1)+1=0$

o) $(1+2x)(3-x)+x^2=9$

p) $\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{3x^2-10x}{15}$

q) $\frac{x^2-7x}{3}-1=\frac{11x}{10}-\frac{x-4}{3}$

r) $1-\frac{2x^2-3x}{2}=\frac{(3x-1)^2}{5}-\frac{(x+3)^2}{5}$

s) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{4(1+x^2)}{x^2}-\frac{6}{x}$

t) $\frac{2}{x+1}-2=\frac{x}{x-1}$

u) $\frac{6}{x^2-1}+\frac{1}{x-1}=3$

v) $\frac{2(3x+4)}{x^2-4}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{x+2}{x-2}$

w) $\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-4}{x+4}=\frac{64}{x^2-16}$

A diszkrimináns

7. Az egyenletek gyökeinek kiszámolása nélkül döntsük el, hogy hány valós gyökük van a következő egyenleteknek!

a) $6x^2+7x+1=0$

d) $-x^2+10x-25=0$

g) $7x^2-x+3=0$

b) $6x^2+7x+5=0$

e) $2x^2-4x+2=0$

c) $-3x^2-4x-2=0$

f) $-3x^2+4x+2=0$

Viète-formulák

(A másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggések)

8. Írj fel legalább két olyan másodfokú egyenletet (a lehető legegyszerűbb alakban), amelynek gyökei az alábbiak. Amelyikben nem egész számok az együtthatók, azt alakítsd egész együtthatóssá!

a) 5 és 2;

e) -1 és -2;

h) -0,1 és -3!

b) 7 és 4

f) 0 és -1

c) 3 és -8;

g) -3 és $\frac{1}{2}$;

d) -4 és 7;

A másodfokú egyenlet gyöktényező alakja

9. Oldd meg az előző feladatot a gyöktényező alak segítségével!

10. Bontsuk fel elsőfokú tényezők szorzatára az alábbi polinomokat!

a) x^2-2x-3

d) $-20x^2+7x+6$

f) $-m^2-4m+5$

b) $2x^2-7x+3$

e) $72y^2-67y+15$

c) $6x^2+5x-6$

11. Egyszerűsítsd a következő törteket!

a) $\frac{2x^2+3x-2}{3x^2+3x-6}$;

c) $\frac{x^2-3x-10}{x^2+6x+8}$;

b) $\frac{6x^2+x-2}{-2x^2+5x-2}$;

d) $\frac{2x^2-9x+10}{2x^2+x-15}$

Paraméteres feladatok

12. Milyen k valós szám esetén lesz az
- $x^2 - 7x + k = 0$ egyenlet egyik gyöke -2 ?
 - $x^2 + kx - 15 = 0$ egyenlet egyik gyöke 5 ?
 - $5x^2 - 19x + k = 0$ egyenlet egyik gyöke 3 ?
 - $kx^2 - 19x - 2 = 0$ egyenlet egyik gyöke $-0,1$?
 - $x^2 - kx + a^2 - b^2 = 0$ egyenlet egyik gyöke $(a+b)$?
13. Milyen p valós paraméter esetén lesz igaz a $x^2 - 6x + p = 0$ egyenletre, hogy
- egy valós gyöke van;
 - két különböző valós gyöke van;
 - nincs valós gyöke?
14. Milyen m valós paraméter esetén lesz igaz a $3x^2 - 12x + 2m = 0$ egyenletre, hogy
- egy valós gyöke van;
 - két különböző valós gyöke van;
 - nincs valós gyöke?
15. Milyen k valós paraméter esetén lesz igaz a $kx^2 + 3x - 5 = 0$ egyenletre, hogy
- egy valós gyöke van;
 - két különböző valós gyöke van;
 - nincs valós gyöke?
16. Milyen q valós paraméter esetén lesz igaz a $2x^2 + qx + 18 = 0$ egyenletre, hogy
- egy valós gyöke van;
 - két különböző valós gyöke van;
 - nincs valós gyöke?

Másodfokú egyenletrendszerek

17. Oldjuk meg az $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ halmazon a következő egyenletrendszereket!

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ | g) $\begin{cases} x^2 - y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$ | m) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ xy = 10 \end{cases}$ | h) $\begin{cases} xy = 8 \\ y = x^2 \end{cases}$ | n) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$ | i) $\begin{cases} 2x + 3y = -15 \\ xy = -9 \end{cases}$ | o) $\begin{cases} x^2 + xy = 40 \\ x - y = 2 \end{cases}$ |
| d) $\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ | j) $\begin{cases} 3x + 4y = -18 \\ xy = 6 \end{cases}$ | p) $\begin{cases} xy + x = 40 \\ x + y = 10 \end{cases}$ |
| e) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y + x^2 = 1 \end{cases}$ | k) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$ | |
| f) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$ | l) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 64 \\ xy = 60 \end{cases}$ | |

Másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok

- Két egymás után következő természetes szám szorzata 552. Melyik ez a két szám?
- Egy ballagó osztályban mindenki megajándékozta, minden osztálytársát a saját fényképével. Mennyi volt az osztálylétszám, ha 1056 fénykép cserélt gazdát?
- Melyik az a két szám, melynek összege 31, szorzata 240?
- Egy derékszögű háromszög egyik befogója 3-szor akkora, mint a másik. Területe $7,5 \text{ cm}^2$. Mekkora a befogói?

22. Egy téglalap területe 192 cm^2 , kerülete 56 cm . Mekkora az oldalai?
 23. Egy téglalap kerülete 42 cm , átlója 15 cm . Mekkora az oldalai?
 24. Egy téglalap kerülete 85 cm , átlója $32,5 \text{ cm}$. Mekkora a területe?
 25. Egy téglalap kerülete 40 cm . A téglalap oldalai fölé írt négyzetek területeinek az összege 208 cm^2 . Mekkora a téglalap oldalai?
 26. Egy sakkverseny minden résztvevője pontosan egy játszmát játszott a többi résztvevő mindegyikével. Ezen a versenyen összesen 153 partit játszottak le. Hányan vettek részt a sakkversenyen?
 27. Két szám szorzata 60 , négyzetük összege 169 . Melyik ez a két szám?
 28. Két szám összege 25 , négyzetük összege 373 . Melyik ez a két szám?
 29. Két szám különbsége 2 , köbük különbsége 98 . Melyik ez a két szám?
 30. Két szám összege 14 , köbük összege 854 . Melyik ez a két szám?
 31. Két szám négyzetösszege $8,5$. A két szám szorzata $3,75$. Melyik ez a két szám?
 32. Két szám szorzata 36 , négyzetük összege 97 . Melyik ez a két szám?
 33. Két szám összege 10 , szorzata 9 . Mennyi e számok negyedik hatványainak összege?
 34. Hány oldalú az a két sokszög, melyben az oldalak számának összege 20 , az átlóké 79 ?
 35. Két szám összege, szorzata, hányadosa ugyanaz. Melyik ez a két szám?
 36. Derékszögű háromszög területe 55 cm^2 , átfogója $\sqrt{221} \text{ cm}$. Mekkora a befogói?

Másodfokú egyenltre visszavezethető magasabb fokú egyenletek

37. Oldd meg az alábbi magasabb fokú, másodfokúra visszavezethető egyenletet!
- | | | |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$; | e) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$ | i) $-x^6 - 19x^3 + 216 = 0$ |
| b) $16x^4 - 17x^2 + 1 = 0$ | f) $2x^4 + 2x^2 - 4 = 0$; | j) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ |
| c) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$ | g) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$; | k) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$ |
| d) $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ | h) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$ | |

Másodfokú egyenlőtlenségek

38. Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket, majd adjuk meg és ábrázoljuk a számegyenesen a megoldáshalmazt!
- | | | |
|---------------------|------------------------|----------------------|
| a) $x^2 > 1$ | g) $x^2 - 9 < 0$ | l) $2x(2-x) < 0$ |
| b) $x^2 \geq 1$ | h) $x^2 - 9 \leq 0$ | m) $4x^2 + x \geq 0$ |
| c) $x^2 < 1$ | i) $5(x^2 - 16) > 0$, | n) $7x^2 - 3x < 0$ |
| d) $x^2 \leq 1$ | j) $x(x-3) > 0$ | o) $15x^2 > 4x$ |
| e) $x^2 - 9 > 0$ | k) $3x(x+5) < 0$ | |
| f) $x^2 - 9 \geq 0$ | | |
39. Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket, majd adjuk meg és ábrázoljuk a számegyenesen a megoldáshalmazt!
- | | | |
|----------------------------|----------------------------|------------------------|
| a) $x^2 - 6x + 5 > 0$ | f) $x^2 - 5x + 6 > 0$ | k) $-x^2 + x + 20 > 0$ |
| b) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ | g) $x^2 - 5x + 8 > 0$ | l) $x^2 - 6x + 10 > 0$ |
| c) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ | h) $-x^2 + x + 6 \geq 0$ | m) $x^2 - 6x + 10 < 0$ |
| d) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$ | i) $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$ | |
| e) $2x^2 - 2x - 12 \geq 0$ | j) $-2x^2 + 5x + 7 \leq 0$ | |

Négyzetgyökös egyenletek

40. Oldd meg az alábbi egyenletet!
- | | | |
|-----------------------|--------------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{x} = x$ | g) $\sqrt{x} + 1 = 2x$ | m) $\sqrt{5-x} = x-3$ |
| b) $\sqrt{x} = -x$ | h) $\sqrt{x} + 6 = x$ | n) $x = \sqrt{3x-6} + 2$ |
| c) $\sqrt{x} = x-2$ | i) $\sqrt{x+1} + 1 = x$ | o) $3x - \sqrt{2x+2} = 1$ |
| d) $\sqrt{x+2} = x-4$ | j) $\sqrt{x^2-12} = \sqrt{x}$ | p) $\sqrt{6-2x} - 9 = x$ |
| e) $\sqrt{x} = 2x-6$ | k) $\sqrt{x+2} = \sqrt{8-x^2}$ | |
| f) $\sqrt{x^2-7} = 3$ | l) $\sqrt{x-3} = x-9$ | |