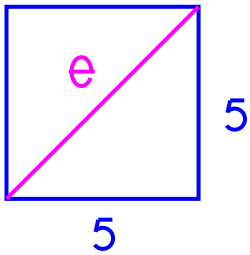


Pitagorasz-tétel

1.

a) Mekkora egy 5 cm oldalú négyzet átlója?

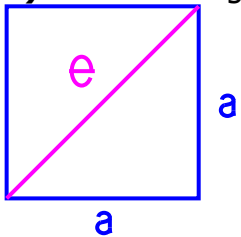


A háromszög derékszögű, ezért írjuk fel a Pitagorasz-tételt!

$$e^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$e = \sqrt{50} = \underline{\underline{7,07 \text{ cm}}}$$

b) Mekkora egy a oldalú négyzet átlója?



$$e^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$e = \underline{\underline{a\sqrt{2}}}$$

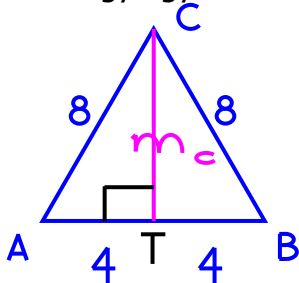
2. Egy négyzet átlója 5 cm. Mekkora az oldala?

$$e = a\sqrt{2}$$

$$5 = a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

3. Egy egyenlő oldalú háromszög oldalai 8 cm hosszúak. Mekkora a magassága?



Az egyenlő oldalú háromszögek egy oldalhoz tartozó magasság vonalai, súlyvonalai, szögfelezői és oldalfelező merőlegesei egybeesnek.

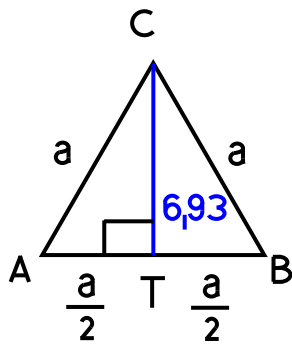
Az ATC háromszögre írjuk fel a Pitagorasz-tételt!

$$m_c^2 + 4^2 = 8^2 \quad /-16$$

$$m_c^2 = 48$$

$$m_c = \underline{\underline{6,93 \text{ cm}}}$$

4. Egy egyenlő oldalú háromszög szögfelezői 6,93 cm hosszúak. Mekkora a magassága? Mekkora a súlyvonala? Mekkora az oldala? Mekkora a területe?



Az egyenlő oldalú háromszögek egy oldalhoz tartozó magasság vonalai, súlyvonalai, szögfelezői és oldalfelező merőlegesei egybeesnek. $s = 6,93 \text{ cm} = f_a = f_a$

Az $\triangle ATC$ -re írjuk fel a Pitagorasz-tételt!

$$6,93^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 \quad / - \frac{a^2}{4}$$

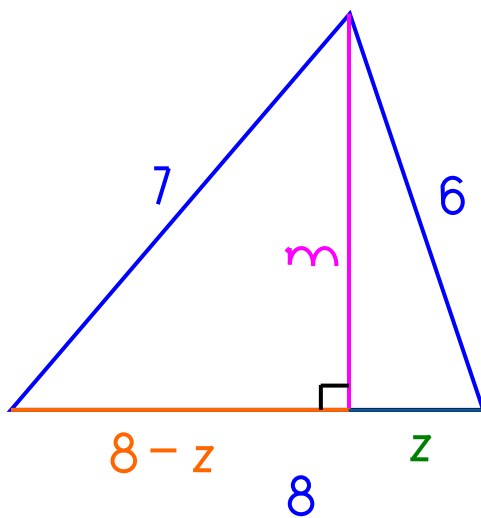
$$T_{\triangle} = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{8 \cdot 6,93}{2} = 27,72 \text{ cm}^2$$

$$48,02 = \frac{3a^2}{4}$$

$$64,03 = a^2$$

$$a = \underline{\underline{8 \text{ cm}}}$$

5. Egy háromszög oldalai $a = 6$; $b = 7$ és $c = 8$ cm hosszúak. Mekkora a legkisebb magassága?



A két derékszögű háromszögre írunk fel két Pitagorasz-tételt!

$$m^2 + (8 - z)^2 = 49$$

$$m^2 + z^2 = 36$$

A kapott két ismeretlenes egyenletrendszer meg tudjuk oldani, mert két egyenlet van.

$$m^2 + (8 - z)^2 = 49$$

$$\underline{m^2 + z^2 = 36}$$

$$\underbrace{m^2 + z^2}_{=36} - 16z + 64 = 49 \quad / - 36 - 64$$

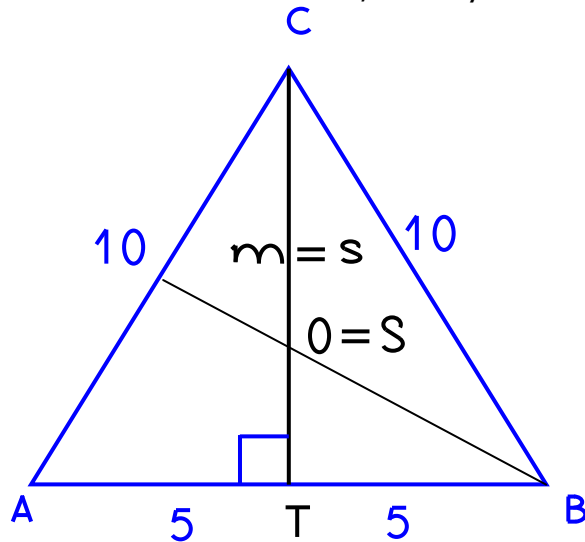
$$-16z = -51$$

$$z = \frac{51}{16} = 3,2 \Rightarrow 8 - z = 4,8$$

$$m^2 = 36 - 10,24 = 25,76$$

$$m = 5,08$$

6. Mekkora a 10 cm oldalú, szabályos háromszög köré írható kör sugara?



Mivel az egyenlő oldalú háromszögek egy oldalhoz tartozó magasság vonalai, súlyvonalai, szögfelezői és oldalfelező merőlegesei egybeesnek, ezért a magasságpont, a súlypont, a beírt kör középpontja és a köré írt kör középpontja egybeesik.

Tudjuk, hogy a súlypont harmadolja a súlyvonalat.

$$\Rightarrow r_k = \frac{2}{3} s$$

A TBC -re írjuk fel a Pitagorasz-tételt!

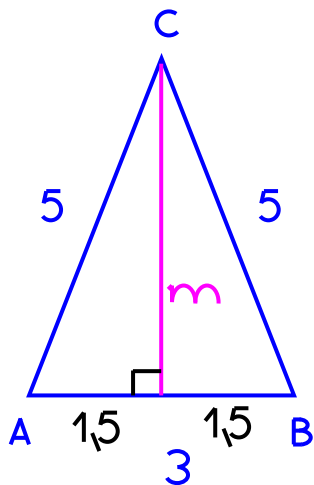
$$5^2 + s^2 = 10^2 \quad /- 25$$

$$s^2 = 75$$

$$s = 8,66 \text{ cm}$$

$$r_k = \frac{2}{3} \cdot 8,66 = \underline{\underline{5,77 \text{ cm}}}$$

7. Egy egyenlőszárú háromszög oldalai 3, 5, 5 centiméteresek. Mekkora a területe?



Az egyenlőszárú háromszög alaphoz tartozó magassága felezi az alapot. Az ATC -re írjuk fel a Pitagorasz-tételt!

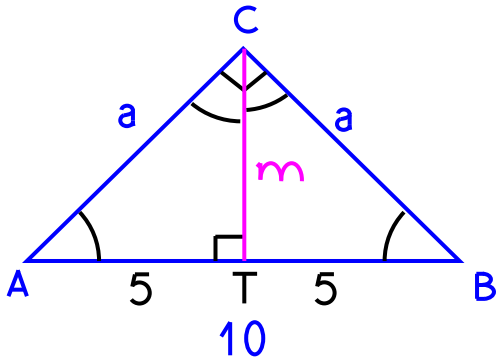
$$m_c^2 + 1,5^2 = 5^2 \quad /- 1,5^2$$

$$m_c^2 = 22,75$$

$$m_c = 4,77 \text{ cm}$$

$$T = \frac{c \cdot m}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \underline{\underline{7,5 \text{ cm}^2}}$$

8. Az egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogója 10 cm hosszú. Mekkora a befogói? Mekkora az átfogóhoz tartozó magassága? Mekkora a köré írható kör sugara?



$$a^2 + a^2 = 10^2$$

$$2 a^2 = 100$$

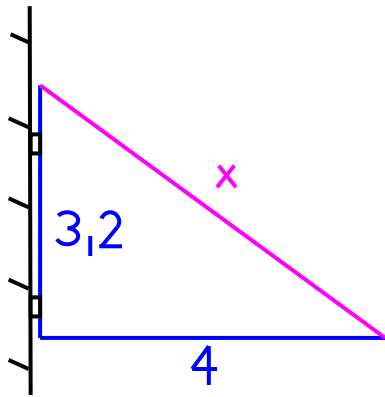
$$a = \sqrt{50} = \underline{\underline{7,07 \text{ cm}}}$$

Mivel a háromszög egyenlőszárú, az átfogóhoz tartozó magassága felezi az alapot, és a szárszöget. $\sphericalangle \Sigma = 45^\circ$

$\triangle ATC \cong \triangle BTC$ mert egy-egy oldal és a rajta fekvő két szög megegyezik. $\square m = 5 \text{ cm}$

A köré írható kör sugara 5 cm, mert a Thalész-tétel miatt a derékszögű háromszög köré írható körének a középpontja az átfogó felezőpontja. $r_k = m = 5 \text{ cm}$

9. Falra erősített forgódarunak a fallal párhuzamos vasrúdja 3,2 m, a rá merőleges forgórúdja 4 m. Milyen hosszú az ezeket összekötő húzórud?



A háromszög derékszögű, ezért használhatjuk a Pitagorasz-tételt.

$$x^2 = 3,2^2 + 4^2$$

$$x^2 = 26,24$$

$$x = \underline{\underline{5,12 \text{ m}}}$$

10. A következő példákban szereplő 3–3 szám szakaszok hosszának a mérőszáma. Lehet-e a három szakasz egy derékszögű háromszög három oldala?

a) 3; 4; 5

b) 5; 6; 7

c) 6; 8; 10

d) 7; 8; 9

Ha a két kisebb szám négyzetének az összege megegyezik a legnagyobb szám négyzetével, akkor a Pitagorasz-tétel megfordítása miatt a háromszög derékszögű.

a) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$5^2 = 25$

A háromszög derékszögű.

b) $5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$

$7^2 = 49$

A háromszög nem derékszögű.

c) $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$10^2 = 100$

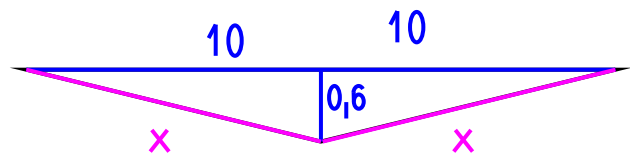
A háromszög derékszögű.

d) $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$

$9^2 = 81$

A háromszög derékszögű.

11. Egy 20 m széles úton két szemközi ház közé kifeszített acélhuzalra függesztett villanylámpa „belógása” 60 cm. Milyen hosszú a huzal?



Ha a lámpát középre akasztották, akkor a háromszög egyenlőszárú. Ha félbevágjuk, akkor derékszögű háromszöget kapunk.

$$x^2 = 10^2 + 0,6^2$$

$$x^2 = 100,36$$

$$x = 10,02 \text{ m}$$

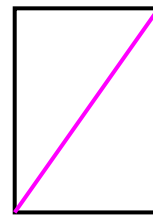
$$\text{A k\u00f6t\u00e9l } 2x \text{ hossz\u00fa. } 2x = \underline{\underline{20,04 \text{ m}}}$$

12. Egy 1,2 m széles és 1,9 m magas vasajt\u00f3ra \u00e1tl\u00f3vasat kell tenni. Mekkora ennek hossza? A t\u00e9glalap \u00e1tl\u00f3j\u00e1nak a hossz\u00e1t k\u00f6nnyen kisz\u00e1moltuk.

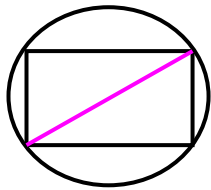
$$1,2^2 + 1,9^2 = x^2$$

$$5,05 = x^2$$

$$x = 2,25 \text{ m}$$



13. Mekkora \u00e1tm\u00e9r\u0151j\u00fc g\u00f6mbf\u00e1b\u00f3l lehet kiv\u00e1gni olyan gerend\u00e1t, amely t\u00e9glalap keresztmetsz\u00e9t\u00fc. A t\u00e9glalap 36 cm hossz\u00fa \u00e9s 22 cm sz\u00e9les?



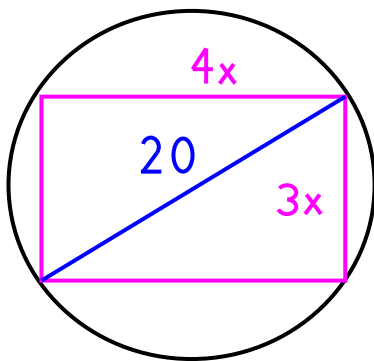
A k\u00f6r \u00e1tm\u00e9r\u0151je a t\u00e9glalap \u00e1tl\u00f3ja.

$$36^2 + 22^2 = x^2$$

$$x^2 = 1780$$

$$x = \underline{\underline{42,2 \text{ cm}}}$$

14. Egy 10 cm sugar\u00fa k\u00f6rbe \u00edr\u00e9t t\u00e9glalap oldalainak az ar\u00e1nya 3:4. Mekkora k a t\u00e9glalap oldalai?



$$d = 2r = 20 \text{ cm}$$

A k\u00f6r \u00e1tm\u00e9r\u0151je a t\u00e9glalap \u00e1tl\u00f3ja.

$$(4x)^2 + (3x)^2 = 20^2$$

$$25x^2 = 400$$

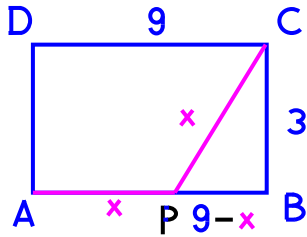
$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

$$a = 4x = \underline{\underline{16 \text{ cm}}}$$

$$b = 3x = \underline{\underline{12 \text{ cm}}}$$

15. Egy téglalap oldalai $AB = 9$ cm, $BC = 3$ cm. Az AB oldalnak melyik P pontja van A -tól és C -től egyenlő távolságra?



A derékszögű háromszögre felírhatjuk a Pitagorasz-tételt:

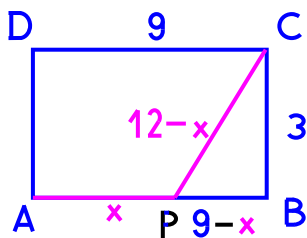
$$(9-x)^2 + 3^2 = x^2$$

$$81 - 18x + x^2 + 9 = x^2 \quad / -x^2 \quad / +18x$$

$$90 = 18x$$

$$x = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

16. Egy $ABCD$ téglalap oldalai $AB=9$ cm, $BC=6$ cm. Mekkora távolságra van D -től az AB oldalnak az a P pontja, amelyre $AP+PC=12$ cm?



A derékszögű háromszögre felírhatjuk a Pitagorasz-tételt:

$$(9-x)^2 + 6^2 = (12-x)^2$$

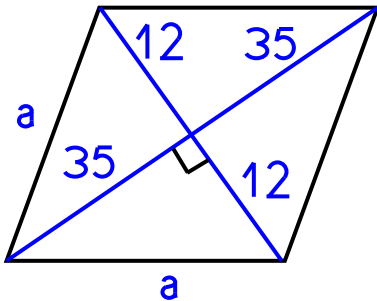
$$81 - 18x + x^2 + 36 = 144 - 24x + x^2 \quad / -x^2 \quad / +24x$$

$$117 + 6x = 144 \quad / -117$$

$$6x = 27$$

$$x = \underline{\underline{4,5 \text{ cm}}}$$

17. Egy rombusz átlóinak hossza 24 cm és 70 cm. Számítsuk ki a rombusz oldalainak hosszát!



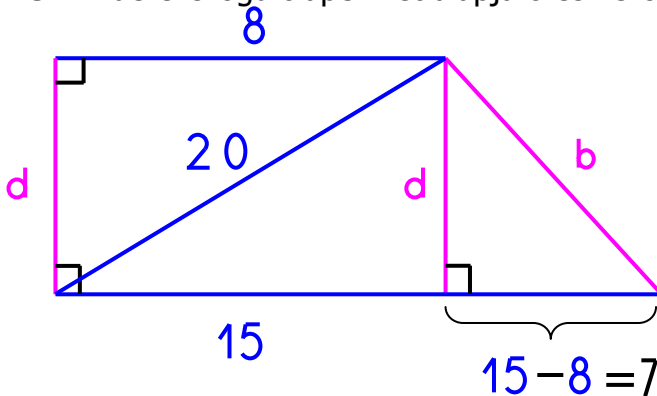
A rombusz átlói merőlegesen felezik egymást. Na mire jó a derékszögű háromszög?

$$35^2 + 12^2 = a^2$$

$$1369 = a^2$$

$$a = \underline{\underline{37 \text{ cm}}}$$

18. A derékszögű trapéz két alapja 8 és 15 cm. A rövidebbik átlója 20 cm. Mekkora a szárjai?



$$8^2 + d^2 = 20^2$$

$$b^2 = d^2 + 7^2 = 336 + 49 = 385$$

$$d^2 = 336$$

$$b = \underline{\underline{19,62 \text{ cm}}}$$

$$d = \underline{\underline{18,33}}$$

19. Mekkora az egyenlő szárú trapéz átlójának hossza, ha alapjai 4 és 6 m, szára 5 m? Az AT_1D derékszögű háromszögre felírhatjuk a Pitagorasz-tételt:

$$2^2 + m^2 = 5^2$$

$$m^2 = 21$$

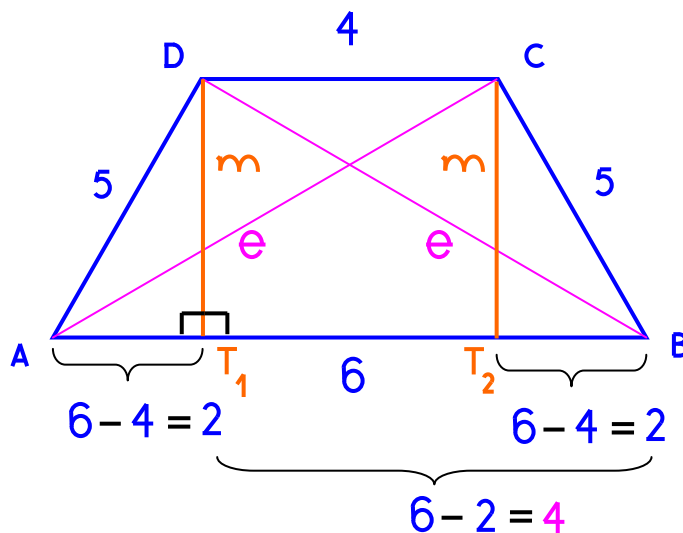
$$m = \underline{\underline{4,58\text{m}}}$$

Most már ismerjük a T_1BC derékszögű háromszög két oldalát.

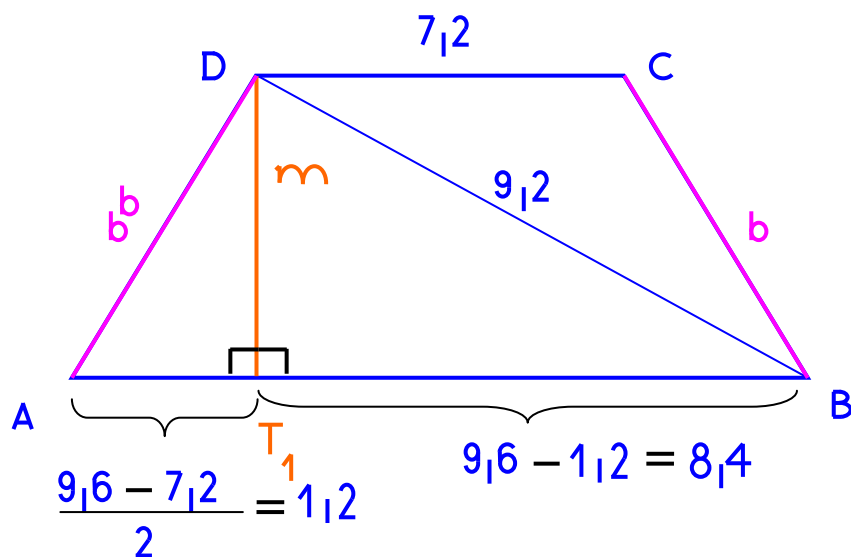
$$4^2 + m^2 = e^2$$

$$e^2 = 21 + 16 = 37$$

$$m = \underline{\underline{6,08\text{ m}}}$$



20. Számítsa ki a szimmetrikus trapéz szárainak hosszát, ha alapjainak hossza 9,6 cm és 7,2 cm, átlója 9,2 cm hosszúságú! A T_1BD derékszögű háromszögre felírhatjuk a Pitagorasz-tételt:



$$9,2^2 - 8,4^2 = m^2$$

$$m^2 = 14,08$$

$$m = 3,75$$

Az AT_1D derékszögű háromszögre felírhatjuk a Pitagorasz-tételt:

$$1,2^2 + m^2 = b^2$$

$$1,44 + 14,08 = b^2$$

$$b = 3,94$$

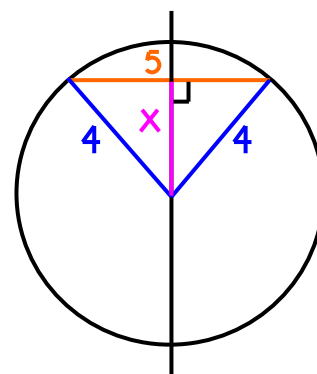
21. Milyen távol van a 4 cm sugarú kör középpontjától egy 5 cm hosszú húr.

A húr szakaszfelező merőlegese átmegy a kör középpontján, mert a húr és a két sugár egyenlőszárú háromszöget alkot.

$$x^2 + 2,5^2 = 4^2$$

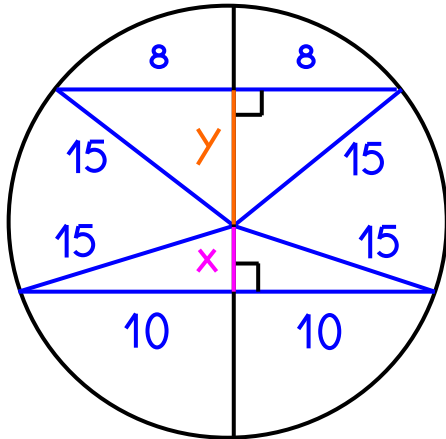
$$x^2 = 9,75$$

$$x = \underline{\underline{3,122\text{ cm}}}$$



22. Egy 15 cm sugarú körben adott két párhuzamos húr. A húrok 16 és 20 cm-esek. Mekkora a távolságuk?

Kaptunk két derékszögű háromszöget, amiknek csak egyik oldala ismeretlen.



$$y^2 = 15^2 - 8^2$$

$$x^2 = 15^2 - 10^2$$

$$y^2 = 161$$

$$x^2 = 125$$

$$y = 12,69$$

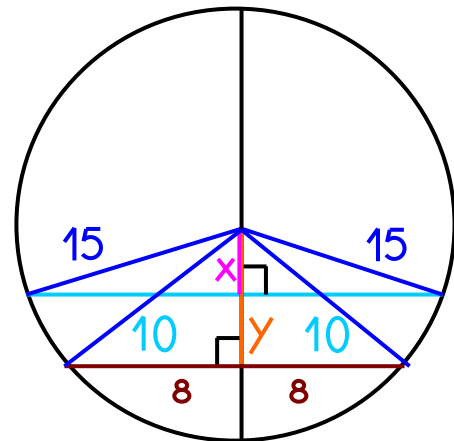
$$x = 11,18$$

A két húr távolsága $x + y = 23,87$ cm.

Az is lehet, hogy a kör középpontja a két húr közé esik.

Ugyanazokat a háromszögeket kaptuk, mint az előbb.

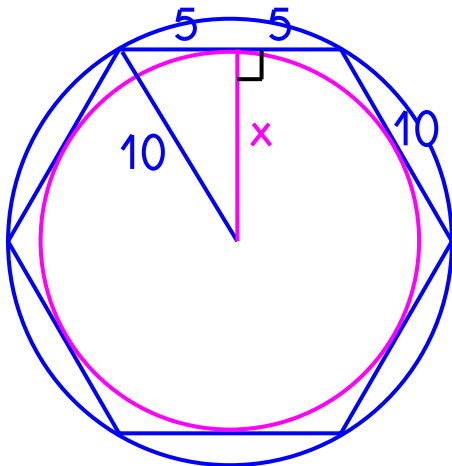
A két húr távolsága $x - y = 1,51$ cm.



23. Tíz centiméter sugarú körbe írunk egy szabályos hatszöget. Mekkora ebbe a hatszögbe írható körnek a sugara?

Közismert, hogy a szabályos hatszög sugara akkora, mint a köré írható kör sugara.

A beírható kör az oldal felezőpontjában érinti az oldalt.



$$x^2 + 5^2 = 100$$

$$x^2 = 75$$

$$x = \underline{\underline{8,66 \text{ cm}}}$$