

EXPONENCIÁLIS EGYENLETEK

I. Azonos alapú hatványokra visszavezethető

Az azonos alapú hatványok között csak szorzás és osztás van.

- 1.) Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$7^x = \frac{1}{49}$$

A 7 második hatványa 49. Ha ezt észreveszed és azt is tudod, hogy mit jelent a negatív kitevő, akkor nincs nehéz dolgod.

$$7^x = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $x = -2$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

- 2.) Oldd meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\frac{1}{27} \cdot \sqrt[4]{9^{3x+1}} = 27^{-\frac{2}{3}}$$

$$3^{-3} \cdot \sqrt[4]{3^{2 \cdot (3x+1)}} = (3^3)^{-\frac{2}{3}}$$

$$3^{-3} \cdot 3^{\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}} = 3^{-2}$$

$$3^{\frac{2}{3}x - \frac{5}{2}} = 3^{-2}$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $\frac{2}{3}x - \frac{5}{2} = -2$

$$x = \frac{3}{4}$$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

II. Az egyik oldalon 1 van

Bármely szám (kivéve a 0) nulladik hatványa 1.

1.) Oldd meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$2^{5x-2} = 1$$

$$2^{5x-2} = 2^0$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $5x - 2 = 0$

$$x = \frac{2}{5}$$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

2.) Oldd meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$3 \cdot 3^{7x+5} = 1$$

$$3^{7x+6} = 3^0$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $7x + 6 = 0$

$$x = -\frac{6}{7}$$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

III. Egy szám hatványainak összege szerepel benne

Arról ismerheted fel, hogy egy szám hatványainak összege vagy különbsége szerepel benne.

- 1.) Oldd meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$2^x + 2^{x+3} = 2^{x+1} + 7$$

$$2^x + 2^3 \cdot 2^x = 2 \cdot 2^x + 7$$

$$7 \cdot 2^x = 7$$

$$2^x = 1 = 2^0$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $x = 0$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

- 2.) Oldd meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$3^x - 3^{x-2} = 72$$

$$3^x - 3^x \cdot \frac{1}{9} = 72$$

$$9 \cdot 3^x - 3^x = 9 \cdot 72$$

$$8 \cdot 3^x = 9 \cdot 9 \cdot 8$$

$$3^x = 3^4$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $x = 4$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

IV. Másodfokú egyenletre visszavezethető

Ha egy hatvány és annak a négyzete is szerepel az egyenletben, akkor az egyenlet másodfokúra visszavezethető típusú.

1.) Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\begin{aligned}4^x - 15 \cdot 2^{x+1} &= 64 \\(2^x)^2 - 15 \cdot 2 \cdot 2^x &= 64 \\2^x &= a \\a^2 - 30a - 64 &= 0 \\a_1 &= 32 \\a_2 &= -2 \\2^x &= 32 = 2^5\end{aligned}$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $x = 5$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

$$2^x = -2$$

Egy pozitív szám egyetlen hatványa sem lehet negatív, tehát ez nem lehet megoldás!

2.) Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$\begin{aligned}3^{2x+1} - 3^{x+2} &= 162 \\3 \cdot (3^x)^2 - 9 \cdot 3^x &= 162 \\3^x &= a \\3 \cdot a^2 - 9 \cdot a - 162 &= 0 \\a_1 &= 9 \\a_2 &= -6 \\3^x &= 9\end{aligned}$$

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: $x = 2$

Ne felejtsd el az ellenőrzést!!!

$$3^x = -6$$

Egy pozitív szám egyetlen hatványa sem lehet negatív, tehát ez nem lehet megoldás!