

Másodfokú egyenletek

1.) Alakítsd teljes négyzetté a következő kifejezéseket!

a) $x^2 - 6x + 9$

b) $x^2 - 6x + 8$

c) $x^2 + 10x - 25$

d) $x^2 - 12x + 10$

e) $-x^2 + 14x - 2$

f) $-x^2 - 8x + 3$

g) $4x^2 + 20x - 5$

h) $2x^2 - 40x + 35$

i) $-3x^2 - 6x + 1$

2.) Ábrázold és jellemezd a következő függvényeket!

a) $y = x^2 - 4x + 16$

b) $y = -x^2 - 8x + 3$

c) $y = 2x^2 - 4x + 6$

d) $f(x) = -3x^2 - 12x - 9$

e) $g(x) = 2x^2 + 12x + 16$

f) $h(x) = x^2 - 8x - 16$

3.) A következő függvényekben határozd meg a p értékét úgy, hogy a függvénynek 0 zérushelye; 1 zérushelye; 2 zérushelye legyen!

a) $f(x) = x^2 - 8x + p$

b) $g(x) = -x^2 - x + p$

c) $h(x) = 2x^2 - 4x + p$

4.) Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $x^2 = 169$

b) $3x^2 = 48$

c) $x^2 - 1024 = 0$

d) $2x^2 + 4 = 0$

e) $(x+1)^2 = 36$

f) $(2x+1)^2 = 121$

g) $x^2 - 3,2x = 0$

h) $7x^2 + 3x = 0$

i) $12x^2 = 16x$

5.) A következő egyenletekben állapítsd meg a p paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek

- két különböző valós gyöke legyen!

- egy valós gyöke legyen!

- ne legyen megoldása!

a) $px^2 + 2x + 3 = 0$

b) $x^2 + px + 2 = 0$

c) $x^2 - 4x + p = 0$

6.) Írj fel olyan másodfokú egyenleteket, amelyeknek gyökei az alábbi számpárok:

a) 5 és 9

b) -1 és 8

c) 10 és -2

d) 4,25 és -1

e) 3/2 és 4/5

7.) Alakítsd szorzattá a következő kifejezéseket!

a) $x^2 - 8x + 15$

b) $2x^2 - 14x + 20$

c) $-2x^2 - 6x + 20$

d) $-2x^2 - 7x - 3$

e) $x^2 + 3x - 10$

f) $x^2 + 3,25x - 3$

8.) Egyszerűsítsd a következő törtet!

a) $\frac{x^2+2x-35}{x^2+x-30}$

b) $\frac{x^2+24-11x}{-128+2x^2}$

c) $\frac{9x+3x^2+6}{x^2-1}$

d) $\frac{x^2-5x-36}{x^2+5x-4}$

e) $\frac{x^2+15-8x}{25-x^2}$

f) $\frac{x^2+x-56}{x^2-8x+7}$

9.) Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

b) $x^4 - 6x^2 = -8$

c) $x^6 - 8 = 2x^3$

d) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

e) $x^8 - 13x^4 + 36 = 0$

f) $8x^6 - 9x^3 = -1$

g) $16x^4 - 625 = 0$

10.) Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $(2x-1)(1-2x) = (x+6)^2 - 58$

b) $(3x-2)^2 - (1-x)^2 = 45 - 20x$

c) $(x-1)^2 - 2(x+2)^2 + 3(x-3)^2 = 6(x-1)^2 + 30$

11.) Oldd meg a $Q \setminus \{-3; 0\}$ halmazon értelmezett egyenletet!

$$\frac{2}{x} + \frac{16}{x+3} = 6$$

12.) Oldd meg az $R \setminus \{-7; -2; 2\}$ halmazon az egyenletet!

$$\frac{7x-6}{x+2} + \frac{45}{x+7} = 8$$

13.) Oldd meg az alábbi egyenletet!

$$\frac{x}{x^2-9} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{5}{4(x+3)}$$

14.) Oldd meg a következő egyenleteket valós számok halmazán!

a) $\frac{5-x}{2x-1} = \frac{15-4x}{3x+1}$

b) $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$

c) $\frac{(x-3)(x+2)}{x-1} = 2$

15.) Oldd meg az alábbi egyenleteket valós számok halmazán!

a) $\sqrt{x+5} = x-7$

b) $\sqrt{x^2-6x+9} = 3-x$

c) $\sqrt{x^2-9x+23} - 3 = 0$

d) $\sqrt{4x^2-14x+1} = 2x-5$

e) $\sqrt{6x^2+8x-8} - \sqrt{3x-2} = 0$

f) $\sqrt{17x^2-8x-3} + x = 0$

g) $\sqrt{x^2-3x-3} = x-2$

16.) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket!

a) $x^2 - 6x + 8 \leq 0$

b) $5x^2 + 7x \geq -2$

c) $3x^2 + 4 < 8x$

d) $-x^2 + 4x + 5 > 0$

e) $x^2 + 2x < 0$

f) $\frac{3x^2-30x+75}{4x^2-100}$

17.) Oldd meg a következő egyenletrendszereket!

a) $\left. \begin{array}{l} x+7=7 \\ xy=-18 \end{array} \right\}$

b) $\left. \begin{array}{l} x-y=8 \\ xy=-15 \end{array} \right\}$

c) $\left. \begin{array}{l} 2x+3y=-15 \\ xy=-9 \end{array} \right\}$

d) $\left. \begin{array}{l} x^2-y^2=81 \\ x-y=1 \end{array} \right\}$

e) $\left. \begin{array}{l} y-x^2=3 \\ y-x=3 \end{array} \right\}$

f) $\left. \begin{array}{l} x^2-y^2=40 \\ xy=21 \end{array} \right\}$

g) $\left. \begin{array}{l} x^2+y^2=80 \\ xy=32 \end{array} \right\}$

h) $\left. \begin{array}{l} x-y=1 \\ 1/x-1/y=1/6 \end{array} \right\}$

i) $\left. \begin{array}{l} x^2+xy=35 \\ y^2+xy=14 \end{array} \right\}$

18.) Mutasd meg, hogy ha $a > 0$, akkor $a + \frac{1}{a} \geq 2$

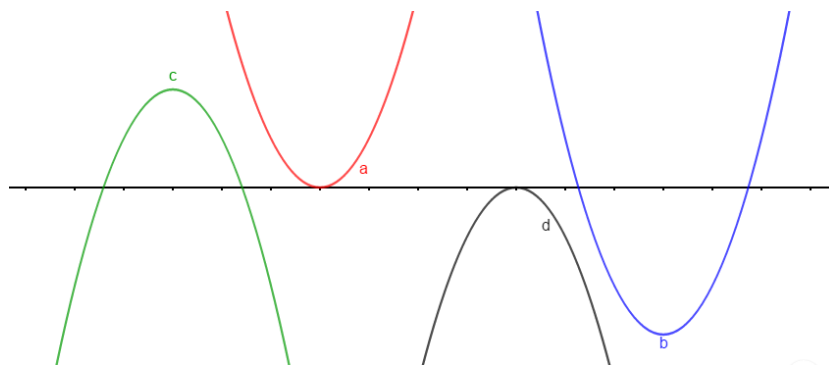
19.) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2 - 7x - 8 = 0$ egyenlet gyökeinél 3-mal nagyobbak!

20.) Egy másodfokú függvény zérushelyei a 2 és a 6. A függvény grafikonja a -24 koordinátájú pontban metszi az y tengelyt. Határozd meg a függvény szélsőértékét!

21.) Adott az $-x^2 + 8x + c$ függvény. Határozd meg c értékét úgy, hogy

- a) a függvény grafikonja érintse az x tengelyt!
- b) a függvény maximuma 6 legyen!
- c) az összes függvény érték pozitív legyen!

22.) Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ függvényben $b^2 - 4ac = 0$. Tudjuk továbbá, hogy $f(37) = -37$. Az alábbi grafikonok közül melyik lehet az $f(x)$ grafikonja?



23.) Egy derékszögű háromszög egyik befogója háromszor akkora, mint a másik. Területe $7,5 \text{ cm}^2$. Mekkora a háromszög befogói?

24.) Hány oldalú sokszögnek van annyi átlója, mint ahány oldala?

25.) Két kombájn együtt 4 nap alatt learatta a szövetkezet búzatábláját. Az egyik kombájn egyedül 6 nappal hosszabb idő alatt végezte volna el ugyanazt az aratási munkát, mint a másik. Hány napig aratott volna külön-külön a két kombájn?

26.) A piacon almát vásároltunk télire 5400 Ft -ért. Ha ugyanennyiért kg -onként 12 Ft -tal a drágább fajtából vásároltunk volna, akkor 5 kg -mal kevesebb almát kaptunk volna. Hány kg almát vettünk?

27.) Idős hölgyek baráti körének tagjai megegyeznek abban, hogy hetente egyszer mindegyikük pletykálkodik egy kicsit telefonon a társaság összes többi tagjával. Gyorsan meg is állapították, hogy ehhez 66 telefonbeszélgetést kell hetente lebonyolítaniuk. Hány tagja van az idős hölgyek baráti körének?

28.) Melyik az a tört, amelynek számlálója 2 -vel nagyobb a nevezőjénél, és tudjuk, hogy az értéke nem változik, ha a számlálójához 5 -öt adunk, nevezőjét pedig kétszeresére növeljük?

29.) Egy téglalap alakú asztallap területe 32 dm^2 , kerülete 24 dm . Mekkora az oldalai?

30.) Három egymás után következő természetes szám négyzetének összege 974 . Melyek ezek a számok?

31.) Egy konvex sokszögben összesen 90 átló húzható. Határozza meg a sokszög oldalszámát!

32.) Melyik az a szám, amelyet ha megszorozunk a nála 1 -gyel nagyobb számmal, a szorzat 25 -tel lesz nagyobb, mint az eredeti szám?

33.) Két konvex sokszög összes átlóinak száma 158 , belső szögek összege 4320° . Hány oldalúak a sokszögek?

34.) Egy derékszögű háromszög területe 55 cm^2 , az átfogója $\sqrt{221}$. Mekkora a befogói?

35.) Nyelvizsgára készülve minden nap ugyanannyi tesztet oldottam meg egy 720 tesztet tartalmazó könyvből. Ha naponta 20 teszttel többet oldottam volna meg, akkor 3 nappal hamarabb lettem volna készen vele. Hány napig tartott a tesztek megoldása?

36.) Egy tört nevezője 4 -gyel nagyobb a számlálójánál. Ha a számlálót 3 -mal csökkentjük és a nevezőt ugyanannyival növeljük, a tört értéke felére csökken. Melyik ez a tört?

37.) Egy áru árát felemelték, majd később – mivel nem fogyott – kétszer annyi százalékkal csökkentették, mint ahány százalékkal felemelték annak idején. Így az eredeti áránál $5,5\%$ -kal lett olcsóbb. Hány százalékkal emelték fel az árát eredetileg?