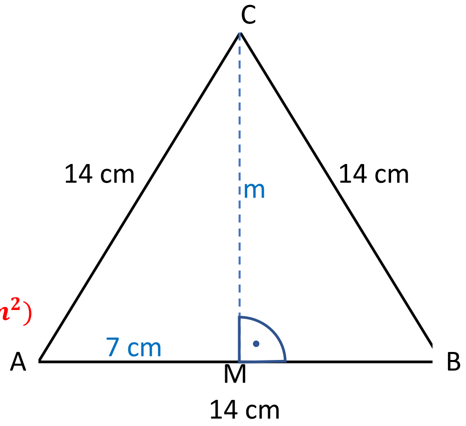
Térgeometria – feladatok megoldással

1.) Egy szabályos háromszög alapú gúla alapjának élei 14 cm-esek. A gúla 36 cm magas. Mekkora ennek a gúlának a felszíne, illetve a térfogata?



Az A csúcsnál levő szög 60°-os, így $\sin 60° = \frac{m}{14}$ $\quad \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

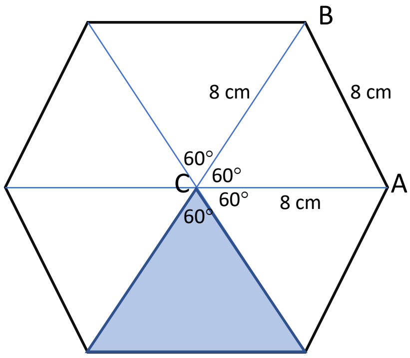
$$m \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 14 \approx 7\sqrt{3} \approx 12{,}12\ (cm)$$

$$T_{háromszög} = \frac{m \cdot a}{2} = \frac{14 \cdot 7\sqrt{3}}{2} = 49\sqrt{3} \approx 84{,}87 (cm^2)$$

$$\boldsymbol{A} = 2 \cdot T_{háromszög} + 3 \cdot T_{téglalap} = 2 \cdot 49\sqrt{3} + 3 \cdot 14 \cdot 36 \approx \mathbf{1681{,}74}\ (\boldsymbol{cm^2})$$

$$\boldsymbol{V} = T_{háromszög} \cdot M = 49\sqrt{3} \cdot 36 \approx \mathbf{3055{,}34} (\boldsymbol{cm^3})$$

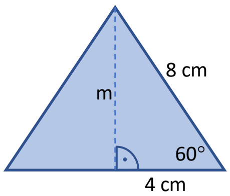
2.) Egy szabályos hatszög alapú gúla alapjának élei 8 cm-esek. A gúla magassága 25 cm. Mekkora ennek a gúlának a felszíne, illetve a térfogata?



A BCA szög 60°-os, mert a 360°-ot hat egyenlő részre osztottuk fel.

Mivel a BC szakasz egyenlő a CA szakasszal, ezért az ABC háromszög egyenlő szárú. De ha egyenlő szárú és a szárszöge 60°-os, akkor ez egy szabályos háromszög.

$8^2 = m^2 + 4^2$ $\qquad m = 4\sqrt{3}$



$$T_{háromszög} = \frac{8 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

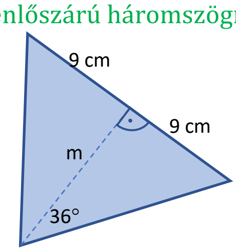
$$T_{hatszög} = 6 \cdot 16\sqrt{3} \approx 166{,}28\ (cm^2)$$

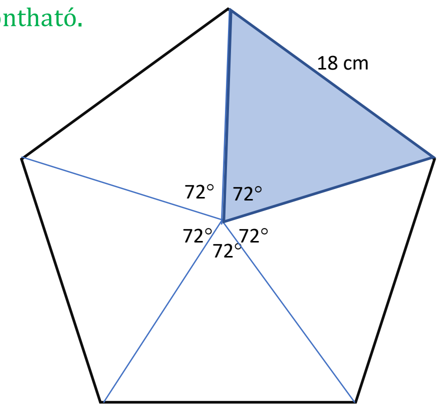
$$\boldsymbol{A} = 2 \cdot T_{hatszög} + 6 \cdot T_{oldallap} \approx 2 \cdot 166{,}28 + 6 \cdot 8 \cdot 25 \approx \mathbf{1532{,}56}\ (\boldsymbol{cm^2})$$

$$\boldsymbol{V} = T_{hatszög} \cdot M \approx \mathbf{4157} (\boldsymbol{cm^3})$$

3.) Egy szabályos ötszög alapú gúla alapjának élei 18 cm-esek, magassága 30 cm. Mekkora ennek a gúlának a felszíne, illetve a térfogata?

A szabályos ötszög az ábra szerint 5 db egybevágó egyenlőszárú háromszögre bontható.





$tg36° = \frac{9}{m}$ $\qquad m = \frac{9}{tg36°} \approx 12{,}39\ (cm)$

$$T_{háromszög} = \frac{18m}{2} = 9m \approx 111{,}5\ (cm^2)$$

$$T_{alap} = 5 \cdot T_{háromszög} \approx 557{,}5\ (cm^2)$$

$$\boldsymbol{A} = 2 \cdot T_{alap} + 5 \cdot 18 \cdot 30 \approx 1115 + 2700 = \mathbf{3815}\ (\boldsymbol{cm^2})$$

$$\boldsymbol{V} = T_{alap} \cdot M \approx \mathbf{16725}\ (\boldsymbol{cm^2})$$

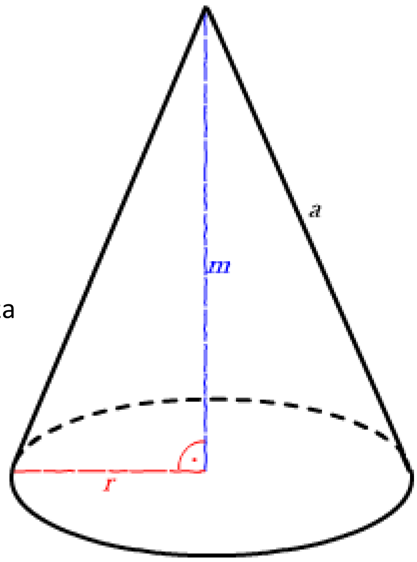
4.) Milyen magas az a kúp, melynek az alapja egy 20 cm átmérőjű kör, térfogata pedig 4 liter?

4 liter = 4 dm^3= 4000 cm^3 d = 20 cm r = 10 cm

V = r^2·π·m

4000 = 100·π·m

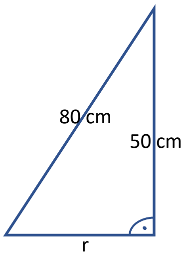
m = $\frac{40}{\pi}$ **m ≈ 12,73 cm**



5.) Milyen széles az a kúp, melynek magassága fél méter, egy alkotójának a hossza pedig 80 cm?

$80^2 = r^2 + 50^2$

$r \approx 125\ cm$



A kérdés a kúp szélessége volt, ami meg ugye az alapkör átmérőjével, azaz kb. **25 méter**rel egyenlő.

6.) Egy kúp felszíne 1m^2. Alapkörének átmérője 40 cm. Hány literes ez a kúp?

d = 40 cm = 4 dm r = 2 dm

A = 1 m^2 = 100 dm^2

$A = T_{kör} + T_{palást}$ $T_{kör} = r^2\pi = 4\pi\ (dm^2)$ $T_{palást} = ar\pi = 2a\pi$

$100\pi = 4\pi + 2a\pi = 2\pi(2 + a)$ $a = \frac{50}{\pi} - 2 \approx 13{,}93\ (dm)$

$a^2 = m^2 + r^2$ $m \approx 13{,}77\ dm$

$\boldsymbol{V} = \frac{r^2\pi m}{3} \approx \frac{4\pi \cdot 13{,}77}{3} \approx 57{,}68\ (dm^3) = \mathbf{57{,}68\ liter}$

7.) Három karácsonyi díszgömböt egymásra téve csomagolnak egy műanyag dobozba. Mennyi ennek a doboznak a minimális felszíne és térfogata, ha a gömbök átmérője 8 cm?

Ekkor egy olyan négyzet alapú hasáb kell a golyók bedobozolásához melynek alapja egy 8x8-as négyzet, magassága pedig 3x8 cm.
(Az ábra sajnos nem adja jól vissza a térbeli kinézetet.)

A = 2·8·8 + 4·8·24 = **896 (cm^2)**

V = 8·8·24 = **1536 (cm^3)**