Valószínűség-számítás – feladatok

1.) Egy pénzérmét háromszor egymás után feldobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindig ugyanarra az oldalára esik az érme?

2.) Két dobókockával dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 8?

3.) Két dobókockával dobunk és a dobott számok összegét nézzük. Melyik esemény valószínűbb az alábbiak közül?
A: A dobott számok összege 7-től nagyobb prím.
B: A dobott számok összege különböző számjegyekből álló kétjegyű szám.
C: A dobott számok összege 10 egész számú többszöröse.

4.) Véletlenül kiválasztunk egy számot a {1, 2, …, 8} halmazból. Mennyi a valószínűsége annak, hogy
a) a kiválasztott szám 6-nál kisebb?
b) a kiválasztott szám páratlan?
c) a kiválasztott szám 5-nél kisebb páros szám?
d) a kiválasztott szám kisebb, mint 5 vagy 7?

5.) Négy csiga versenyzik, hogy ki teszi meg hamarabb az őrületes 20 cm-es távot. Milyen eséllyel találod el egy tippből a végső sorrendet?

6.) A Ki nevet a végén? elnevezésű játékban 2 mezővel maradtam le Balambér mögött, és most én jövök.
a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy ki tudom Balambért ütni?
b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy Balambér elé kerülök?
c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a következő lépésnél Balambér üt ki engem, ha 5-öst dobtam?

7.) Az alábbiak közül melyiknek a legnagyobb a valószínűsége?
a) A magyar kártyacsomagból kihúzunk egy királyt.
b) Egymás után kétszer is 6-ost dobok a dobókockával.
c) Három fejet dobok egymás után egy pénzdarabbal.
d) Elsőre kitalálom a telefonszámod utolsó előtti számjegyét.

8.) Mekkora eséllyel következnek be az alábbi események?
A: Egy alsót húzunk a magyar kártyacsomagból.
B: Dobókockával először egy 4-est, majd egy 3-ast dobunk.
C: Egy pénzérmével háromszor dobva fej-írás-fej sorozatot érünk el.

9.) A matektanárod begurul (persze indokolatlanul 😊), ezért egy gyors teszted állít össze 5 kérdésből. Mindegyik kérdésre 4 lehetséges választ ad meg, melyekből mindig csak egy helyes. Lövésed sincs a kérdésekkel kapcsolatban, ezért csak véletlenszerűen tippelsz.
a) Mekkora eséllyel kapsz ötöst, ha az érdemjegyed az lesz, ahány kérdésre helyes választ adtál?
b) Mekkora az esélye annak, hogy a dolgozatod nem lesz elégtelen?

10.) Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk. Milyen valószínűséggel lesz
a) 1-es a második dobás?
b) 1-es a második dobás, ha az első dobás 2-es?
c) 1-es a második dobás, ha az első dobás is 1-es?

11.) Egy dobozban 50 db külsőre teljesen egyforma toll van. Ezek közül 20 db pirosat, a maradék pedig kéket fog. Találomra kihúzunk közülük kettőt.
a) P(mindkettő kéket fog) = ?
b) P(egyforma színű bennük a tinta) = ?

c) P(különböző színnel fognak) = ?

12.) A négyjegyű számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Milyen valószínűséggel lesz a választott szám
a) páratlan?
b) csak páros számjegyekből álló?
c) négyzetszám?
d) csak prím számjegyekből álló?
e) csak összetett számjegyekből álló?

Először próbáld a feladatokat megoldani kétjegyű, majd háromjegyű számokra!

13.) Egy 24 fős osztályból 4 embert választanak ki véletlenszerűen. Megtippeljük, hogy ki lesz a 4 kiválasztott. Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan két embert eltalálunk a 4 kiválasztottból.

Segítség: Mekkora a valószínűsége, hogy az ötöslottón kettesünk lesz?
összes eset = $\binom{90}{5}$ kedvező eset: $\binom{5}{2} \cdot \binom{85}{3}$

14.) Találomra felírunk egy ötjegyű számot. Mi a valószínűsége annak, hogy a felírt szám első és ötödik számjegye is hármas?

15.) Harminc csavarból 5 hibás. Találomra kiválasztunk a 30 csavarból hármat. Mennyi a valószínűsége, hogy
a) mind a 3 hibás?
b) egyik sem hibás?
c) legalább egy hibás?

Megoldások

1.) kedvező esetek száma = 2 (fej-fej-fej vagy írás-írás-írás)
összes eset = 2^3 = 8 $\mathbf{P = \frac{2}{8} = \frac{1}{5} = 0,25 = 25\%}$

2.) kedvező esetek száma = 5 (2-6, 6-2, 3-5, 5-3, 4-4)
összes eset = 6·6 = 36 $\mathbf{P = \frac{5}{36}}$

3.) A: kedvező esetek száma = 2 (11 = 5+6 vagy 6+5)
B: kedvező esetek száma = 4 (10 = 4+6 vagy 6+4 vagy 5+5, 12 = 6+6)
C: kedvező esetek száma = 3 (10 = 4+6 vagy 6+4 vagy 5+5)
Mindhárom eseménynél az össze eset száma 36.

$$\mathbf{P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}} \qquad \mathbf{P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}} \qquad \mathbf{P(C) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}}$$

4.) Az **a) esetben**: kedvező esetek száma = 5 {1; 2; 3; 4; 5}
összes eset száma = 8 $\mathbf{P = \frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%}$
A **b) esetben**: kedvező esetek száma = 4 {1; 3; 5; 7}
összes eset száma = 8 $\mathbf{P = \frac{1}{2} = 50\%}$
A **c) esetben**: kedvező esetek száma = 2 {2; 4}
összes eset száma = 8 $\mathbf{P = \frac{1}{4} = 25\%}$
A **c) esetben**: kedvező esetek száma = 5 {1; 2; 3, 4; 7}
összes eset száma = 8 $\mathbf{P = \frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%}$

5.) kedvező esetek száma = 1
összes eset = 4·3·2·1 = 4! = 24 $\mathbf{P = \frac{1}{24}}$

6.) Az **a) esetben**: kedvező esetek szám = 1 (Kettest kell ahhoz dobnom, hogy kiüssem.)

összes eset = 6 $\mathbf{P = \frac{1}{6}}$

A **b) esetben**: kedvező esetek száma = 4 (Ha 3, 4, 5, 6 közül dobom valamelyiket.)

összes eset = 6 $\mathbf{P = \frac{2}{3}}$

A **c) esetben**: kedvező esetek száma = 1 (Ha 5-öst dobtam, akkor neki 3-ast kell dobnia, hogy ki tudjon ütni.)

összes eset száma = 6 $\mathbf{P = \frac{1}{6}}$

7.) Az **a) esetben**: kedvező esetek szám = 4

összes eset száma = 32 $\mathbf{P = \frac{1}{8} = 12,5\%}$

A **b) esetben**: kedvező esetek száma = 1

összes eset száma = 36 $\mathbf{P = \frac{1}{6}}$

A **c) esetben**: kedvező esetek száma = 1

összes eset száma = 8 $\mathbf{P = \frac{1}{8}}$

A **d) esetben**: kedvező esetek száma = 1

összes eset száma = 10 $\mathbf{P = \frac{1}{6}}$

8.) A: kedvező esetek száma = 4 (zöld alsó, makk alsó, tök alsó, piros alsó)

A: összes eset száma = 32

B: kedvező esetek száma = 1

B: összes eset száma = 36

C: kedvező esetek száma = 1

C: összes eset száma = 2^3 = 8

$$\mathbf{P(A) = P(C) = \frac{1}{8}} \qquad \mathbf{P(B) = \frac{1}{36}}$$

9.) Az **a) esetben**: kedvező esetek szám = 1

összes eset száma: 4^5 = 1024 $\mathbf{P = \frac{1}{1024}}$

A **b) esetben**: Egy megoldást sem találsz el: 3^5 = 243

Egy megoldást találsz el (többet nem): $5 \cdot 3^4$ = 405összes eset = 4^5 = 1024

$$\mathbf{P = \frac{243 + 405}{24} = \frac{648}{1024}} \text{ Ez az, mikor 1-est kapsz!!!}$$

$$\mathbf{P = 1 - \frac{648}{1024} = \frac{376}{1024} = \frac{94}{256} \approx 36,7\%}$$

10.) Az **a) esetben**: kedvező esetek száma = 6 (Elsőre tökmindegy, hogy mit dobunk.)

összes eset száma = 36 $\mathbf{P = \frac{1}{6}}$

A **b) esetben**: kedvező esetek száma = 1 (Először 2-est, majd pedig 1-est dobunk.)

összes eset száma = 6 (A feltétel szerint az első dobás 2-es. Most csak ezeket az eseteket nézzük.)

$$\mathbf{P = \frac{1}{6}}$$

A **c) esetben**: kedvező esetek száma = 1 (Először 1-est, majd megint 1-est dobunk.)

összes eset száma = 6 (A feltétel szerint az első dobás 1-es. Most csak ezeket az eseteket nézzük.)

$$\mathbf{P = \frac{1}{6}}$$

11.) Az **a) esetben**: kedvező esetek száma = $\binom{30}{2}$ (A 30 db kékből kell kettőt kiválasztani.)

összes eset száma = $\binom{50}{2}$ (Az 50 tollból ennyiféleképpen tudunk kettőt kiválasztani.)

$$\mathbf{P = \frac{87}{245}}$$

A **b) esetben**: Vagy mind a kettő kék (lásd az előző esetet) vagy mind a kettő piros.

Ez utóbbi eset valószínűsége = $\frac{\binom{20}{2}}{\binom{50}{2}} = \frac{190}{1225} = \frac{38}{245}$

Ezek összege adja a keresett valószínűséget.

$$\mathbf{P = \frac{125}{245} = \frac{25}{49}}$$

A **c) esetben**: $\mathbf{P = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49}}$

12.) Az **a) esetben**: Mivel minden 2. szám páros (illetve páratlan) ezért a négyjegyű számok fele páratlan.

$$\mathbf{P = 50\%}$$

A **b) esetben**: kedvező esetek száma = 4·5·5·5 (Az első helyre 0-t nem írhatunk, de a többi helyre az öt párosszámjegy bármelyike kerülhet.)

összes eset száma = 9000 (Hasonlóan az előző gondolatmenethez: Az első helyen nem lehet 0, de a többi helyre már bárme-lyik számjegyet beírhatjuk.) $\mathbf{P = \frac{5}{90}}$

A **c) esetben**: kedvező esetek száma = 68

31^2 = 961 Ez még csak háromjegyű

32^2 = 1024 Ez már négyjegyű.

10000 Ez már ötjegyű. Ennek a gyöke 100.

Tehát, ha 32-től 99-ig veszem a számok négyzetét, akkor négyjegyű négyzetszámokat kapok. Ez 68 darab szám.

összes eset száma = 9000 $\mathbf{P = \frac{68}{9000} = \frac{17}{2250} \approx 0,75\%}$

A **d) esetben**: kedvező esetek száma = 4·4·4·4 (A 2, 3, 5, 7 számjegyek közül választhatunk.)

összes eset száma = 9000 $\mathbf{P = \frac{256}{9000} = \frac{32}{1125} \approx 2,8\%}$

Az **e) esetben**: kedvező esetek száma = 4·4·4·4 (A 4, 6, 8, 9 számjegyek közül választhatunk.)

összes eset száma = 9000

$$\mathbf{P = \frac{256}{9000} = \frac{32}{1125} \approx 2,8\%}$$

13.) kedvező esetek száma = $\binom{4}{2} \cdot \binom{20}{2}$ 1140=

összes eset = $\binom{24}{4}$ = 10626 $\mathbf{P = \frac{1140}{10626} = \frac{190}{1771} \approx 10,72\%}$

14.) kedvező esetek száma = 1·10·10·10·1 = 1000

össze eset = 9·10·10·10·10 = 90000 $\mathbf{P = \frac{1}{90}}$

15.) Mind a három esetben a kedvező esetek száma = $\binom{30}{3} = 4060$

Az **a)** esetben: kedvező esetek száma = $\binom{5}{3} = 10$ $\mathbf{P(\text{Minhárom hibás}) = \frac{10}{4060} = \frac{1}{406}}$

A **b)** esetben: kedvező esetek száma = $\binom{25}{3} = 2300$ $\mathbf{P(\text{Egyik sem hibás}) = \frac{2300}{4060} = \frac{115}{203}}$

A **c)** esetben: összes eset – egyik sem hibás esetei $\mathbf{P(\text{Legalább egy hibás}) = 1 - \frac{115}{203} = \frac{88}{203}}$