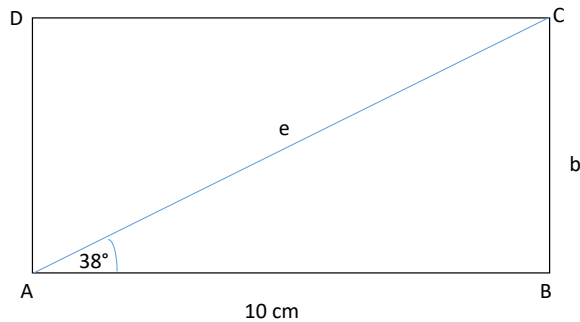


Szögfüggvények alkalmazása négyszögekre

1 példa

Egy téglalap 10 cm hosszú oldala az átlóval 38° szöget zár be. Mekkora a téglalap átlója, kerülete, területe, és mekkora szöget zár be a két átlója?



Itt is mindig derékszögű háromszöget kell keresni, mert a szögfüggvényeket csak azokra lehet alkalmazni.

ABC háromszög derékszögű.

Minden szögfüggvény definíciójában **két oldal és egy szög** szerepel. Mindig ezt 3 adatot keressük, úgy hogy a 3-ból csak egy legyen ismeretlen, kettő pedig adott!

Szög: 38° egyik oldal: 10 cm másik oldal: amit keresünk, ez lehet „b” és „e”

Számoljuk először mondjuk az e-t. A 10 cm a szög(38°) melletti befogó, „e” az átfogó, ez a két oldal a koszinusz szögfüggvényben szerepel, tehát:

$$\cos 38^\circ = \frac{10}{e} \quad \text{a } \cos 38^\circ \text{-ot számológéppel kiszámoljuk, és beírjuk az egyenletbe.}$$

$$0,79 = \frac{10}{e}$$

$$0,79e = 10$$

e=12,7 cm az átló hossza.

A „b”-t Pitagorasz tétellel számolhatjuk.

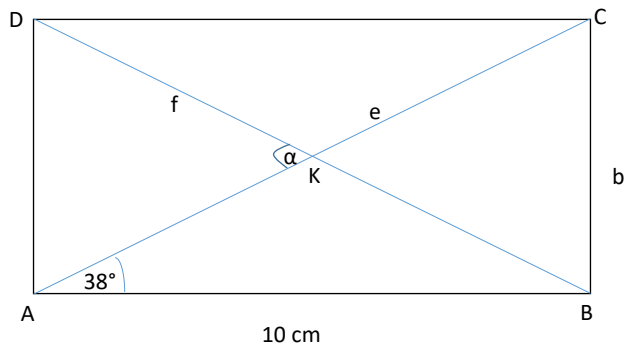
$$10^2 + b^2 = 12,7^2$$

Ezt megoldva: **b=7,8 cm** a téglalap másik oldala.

A kerület az oldalak összege: **K=10+10+7,8+7,8=35,6 cm**

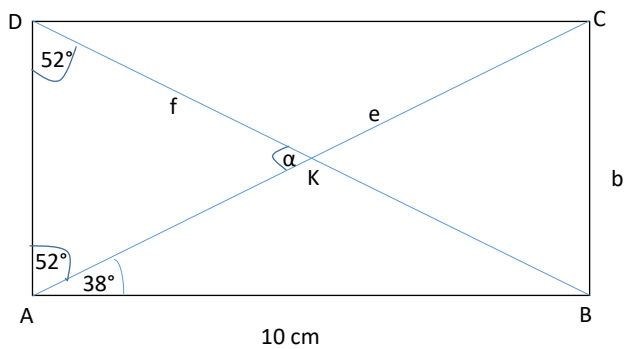
A terület a két oldal szorzata: **T=10·7,8=78cm²**

Kérdés még a két átló által bezárt szög. Húzzuk be a másik átlót!(f)



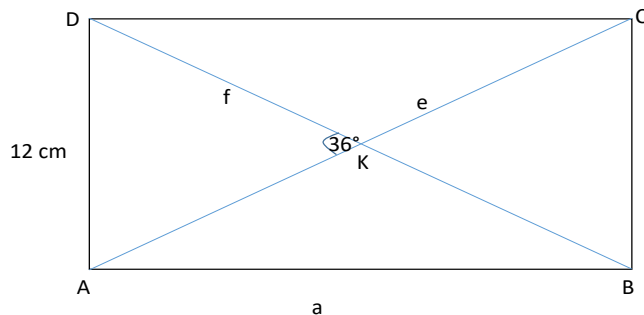
A keresett szög az α szög. $\text{DAK szög} = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$. (alsó ábra) Ekkora az ADK szög is, mert ADK háromszög egyenlő szárú.

Tehát $\alpha = 180^\circ - 52^\circ - 52^\circ = 76^\circ$ **A két átló 76° -os szöget zár be egymással.**

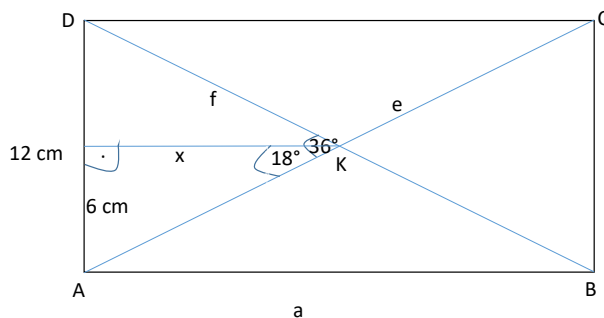


2. példa

Egy téglalap két átlója 36° -os szöget zár be egymással. Ezzel a szöggel szemközti oldal 12 cm. Mekkora a téglalap kerülete, területe?



Nincs olyan derékszögű háromszög, amelyből el lehet indulni. Keressünk! Húzzuk be az x szakaszt!
Ez felezi a szemközti oldalt (6 cm) és a szöget is (18°).



Minden szögfüggvény definíciójában **két oldal és egy szög** szerepel. Mindig ezt 3 adatot keressük, úgy hogy a 3-ból csak egy legyen ismeretlen, kettő pedig adott!

A kapott derékszögű háromszögben a szög 18° , az egyik oldal a 6 cm, a másik oldal a keresett oldal, vagyis az x . Ez a két oldal a szöghöz (18°) képest szöggel szemközti befogó (6 cm) illetve szög melletti befogó (x). Ez a két oldal a tangens szögfüggvényben szerepel. Tehát:

$$\operatorname{tg} 18^\circ = \frac{6}{x} \quad \text{A } \operatorname{tg} 18^\circ \text{-ot számológéppel kiszámoljuk, és beírjuk az egyenletbe.}$$

$$0,32 = \frac{6}{x}$$

$$0,32x = 6$$

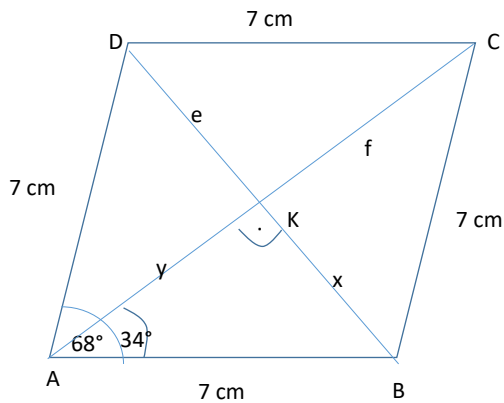
$$x = 18,75 \text{ cm}$$

Az „ x ” pont az „ a ” oldal fele, ezért **$a = 37,5 \text{ cm}$**

$$\mathbf{K = 99 \text{ cm} \quad T = 450 \text{ cm}^2}$$

3. példa

Egy rombusz oldala 7 cm, hegyesszöge 68° . Mekkora az átlói, kerülete, területe?



A rombusz átlói felezik egymást, merőlegesek egymásra és felezik a szöget. (Mint azt tudjuk, hiszen az elméletet megtanultuk.)

ABK derékszögű háromszög.

Minden szögfüggvény definíciójában **két oldal és egy szög** szerepel. Mindig ezt 3 adatot keressük, úgy hogy a 3-ból csak egy legyen ismeretlen, kettő pedig adott!

A szög 34° , egyik oldal 7 cm másik oldal, az amit keresünk, ez lehet x, vagy y. Legyen az x. A szöghöz (34°) viszonyítva 7 cm az átfogó, x pedig a szöggel szemközti befogó. Ezek az oldalak a szinusz szögfüggvényben szerepelnek, ezért:

$$\sin 34^\circ = \frac{x}{7} \quad \text{A } \sin 34^\circ \text{-ot számológéppel kiszámoljuk, és beírjuk az egyenletbe.}$$

$$0,56 = \frac{x}{7}$$

$$3,92 = x \quad \text{az e átló ennek a duplája } \mathbf{e = 7,84 \text{ cm}}$$

ABK háromszögből kiszámolhatjuk az y-t is Pitagorasz tétellel.

$$3,92^2 + y^2 = 7^2$$

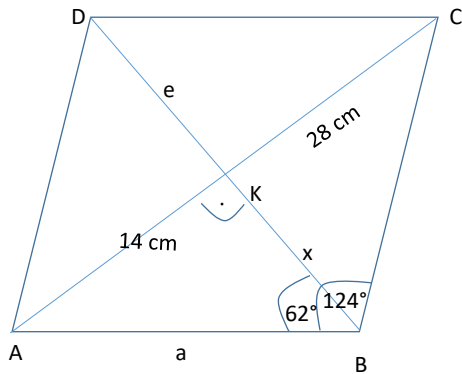
$$\text{Ezt megoldva: } y = 5,8 \text{ cm} \quad \text{az f átló ennek a duplája } \mathbf{f = 11,6 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{K = 28 \text{ cm}} \quad \mathbf{T = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{7,84 \cdot 11,6}{2} = 45,472 \text{ cm}^2}$$

4. példa

Egy rombusz hosszabbik átlója 28 cm, egyik szöge 124° . Mekkora a másik átlója, a kerülete, és a területe?

A 124° tompaszög, ezért ez a B csúcsnál lehet.



ABK derékszögű háromszög.

Minden szögfüggvény definíciójában **két oldal és egy szög** szerepel. Mindig ezt 3 adatot keressük, úgy hogy a 3-ból csak egy legyen ismeretlen, kettő pedig adott!

A szög 62° az egyik oldal 14 cm, a másik oldal az, amit keresünk, ez lehet x vagy a. Válasszuk x-et. A szöghöz (62°) viszonyítva a 14 cm-es oldal a szöggel szemközti befogó, az x oldal a szög melletti befogó. Ez a két oldal a tangens szögfüggvényben van, ezért:

$$\operatorname{tg}62^\circ = \frac{14}{x}$$

A $\operatorname{tg}62^\circ$ -ot számológéppel kiszámoljuk, és beírjuk az egyenletbe.

$$1,88 = \frac{14}{x}$$

$$1,88x = 14$$

$$x = 7,4 \text{ cm} \text{ az } e \text{ átló ennek duplája } e = 14,8 \text{ cm}$$

Az „a” oldalt Pitagorasz tétellel számolható.

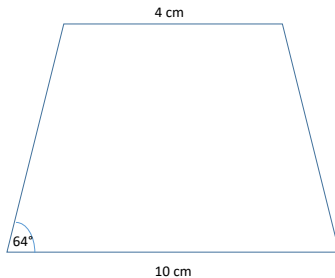
$$14^2 + 7,4^2 = a^2$$

$$a = 15,8 \text{ cm} \text{ az oldal hossza}$$

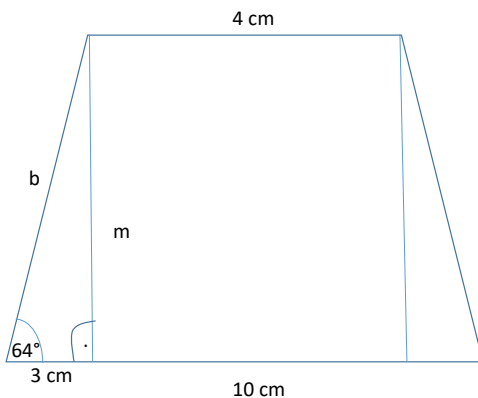
$$K = 63,2 \text{ cm} \quad T = 207,2 \text{ cm}^2$$

5. feladat

Egyenlő szárú trapéz alapjainak hossza 10 cm és 6 cm. Az alapon fekvő szög 64° . Mekkora a trapéz kerülete, területe?



Nincs olyan derékszögű háromszög, amelyből el lehet indulni. Keressünk! Húzzuk be a magasságot!



$10-4=6$ $6/2=3\text{cm}$ ezt beírjuk az ábrába

Minden szögfüggvény definíciójában **két oldal és egy szög** szerepel. Mindig ezt 3 adatot keressük, úgy hogy a 3-ból csak egy legyen ismeretlen, kettő pedig adott!

A derékszögű háromszögben a szög a 64° az egyik oldal a 3cm, a másik oldal, amit keresünk, lehet „m” vagy „b” oldal. Válasszuk b-t. A szöghöz (64°) viszonyítva a 3 cm-es oldal a szög melletti befogó, „b” az átfogó. Ez a két oldal a koszinusz szögfüggvényben van, tehát:

$$\cos 64^\circ = \frac{3}{b} \quad \cos 64^\circ\text{-ot számológéppel kiszámoljuk, és beírjuk az egyenletbe}$$

$$0,44 = \frac{3}{b}$$

$$0,44b = 3$$

b=6,8 cm a szár hossza

az „m”-et Pitagorasz tétellel kiszámolhatjuk

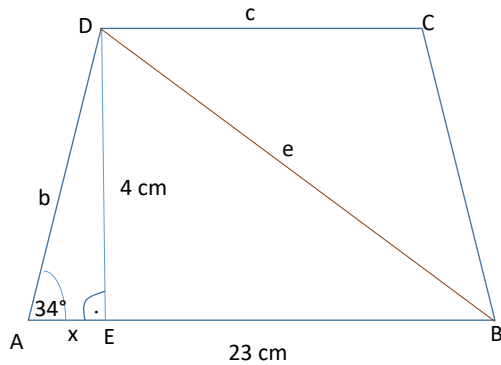
$$3^2 + m^2 = 6,8^2$$

Ezt megoldva: **m=6,1 cm** a magasság.

$$K = 10 + 6,8 + 4 + 6,8 = 27,6 \text{ cm} \quad T = \frac{(a+c) \cdot m}{2} = \frac{(10+4) \cdot 6,1}{2} = 42,7 \text{ cm}^2$$

6.feladat

Egyenlő szárú trapéz hosszabb alapja 23 cm, magassága 4 cm, alapon fekvő szöge 34° . Mekkora a trapéz kerülete, területe, átlója?



AED háromszög derékszögű.

Minden szögfüggvény definíciójában **két oldal és egy szög** szerepel. Mindig ezt 3 adatot keressük, úgy hogy a 3-ból csak egy legyen ismeretlen, kettő pedig adott!

A derékszögű háromszögben a szög a 34° az egyik oldal a 4 cm, a másik oldal, amit keresünk, lehet „x” vagy „b” oldal. Válasszuk b-t. A szöghöz (34°) viszonyítva a 4 cm-es oldal a szöggel szemközi befogó, „b” az átfogó. Ez a két oldal a szinusz szögfüggvényben van, tehát:

$$\sin 34^\circ = \frac{4}{b} \quad \sin 34^\circ\text{-ot számológéppel kiszámoljuk, és beírjuk az egyenletbe}$$

$$0,56 = \frac{4}{b}$$

$$0,56b = 4$$

$$\mathbf{b = 7,1 \text{ cm a szár hossza}}$$

x-et Pitagorasz tétellel számolhatjuk:

$$x^2 + 4^2 = 7,1^2$$

$$\text{Ezt megoldva, } \mathbf{x = 5,9 \text{ cm}}$$

$$\text{c oldal számolása: } c = 23 - 5,9 - 5,9 = \mathbf{11,2 \text{ cm a c oldal}}$$

Az „e” átlót Pitagorasz tétellel számolhatjuk az EBD háromszögből.

$$4^2 + 17,1^2 = e^2 \quad (23 - 5,9 = 17,1)$$

$$\mathbf{e = 17,56 \text{ cm az átló hossza}}$$

$$\mathbf{K = 23 + 7,1 + 11,2 + 7,1 = 48,4 \text{ cm}} \quad \mathbf{T = \frac{(23 + 11,2) \cdot 4}{2} = 68,4 \text{ cm}^2}$$